УЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА УРТА ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

КАРШИ МУХАНДИС - ИКТИСОДИЁТ ИНСТИТУТИ

МАТЕМАТИК ДАСТУРЛАШ

(маъруза матни)

К А Р Ш И - 2004

Тузувчилар: **к.ук. Усмонова Р.С.**
Асс.Бойполвонов Б.

Такризчилар: **доц. Махмадиев Б.С.**

и.ф.н. Мухиддинов Х.

Маърузалар матни, В-5340200,В-5340100 йуналиши талабалари учун мулжалланган.

Маърузалар матни «Иктисодиётда математик моделлаштириш» кафедраси мажлисида (№_______карор,________),иктисодиёт факултети услубий кенгашида (№_______карор,_______),КМИИ услубий кенгашида (№ _______карор,______) куриб чикилди ва чоп этишга тавсия этилди.

Аннотация.

Ушбу маъруза матнида математик дастурлаш масалаларини куйилиши, ечилиш йуллари ва баъзи иктисодий жараёнларнинг математик моделларини тузиб, оптимал ечимларини топишга доир мавзулар ёритилган.

Аннотация.

В этом тексте лекций расматриваются постановление задач математического програмирования и методы их решений. Расмотрены математические модели некоторых экономических задач и методы их решений.

Annotactija

On these lecture texts were shown ti make mathematical programmes and the ways of their solving, Besieles they were shown some moclels of economy. Cal processes and thear optimal variants.

Фан буйича маърузалар мавзуси ва уларга ажратилган соат.

№	Мавзу	Ажратилган соат
1.	Дастурлашнинг математик асослари	2
2.	Тенгламалар системасини жордан усулида ечиш	2
3.	Математик дастурлаштириш масалалари	2
4.	Иктисодий математик моделлар. Чизикли дастурлаштириш масалаларини куйилиши асосий куриниши.	2
5.	Чизикли дастурлаштириш масалалари ва ечимларининг хоссалари.	2
6.	Чизикли дастурлаштириш масалаларини геометрик талкини ва график усулда ечиш.	2
7.	Симплекс усул	2
8.	Симплекс жадвал усули	2
9.	Сунъий номаълумлар усули	2
10	Иктисодий масалаларни ечишда симплекс усулини куллаш	2
11	Чизикли дастурлаштиришнинг узаро икки еклама масалалари	2
12	Транспорт масаласи	2
13	Транспорт масаласининг оптимал ечимини топиш учун потенциаллар усули.	2
14	Транспорт масаласини дельта усулда ечиш	3
15	Бутун сонли дастурлаштириш	2
16	Уйинлар назарияси	2
17	Динамик дастурлаштириш масалаларининг умумий характеристикаси	2
18	Тадбикий дастурлар пакетидан фойдаланиш	1
	Жами	36

К И Р И Ш

Бизга тарихдан маълумки турли хужалик масалаларини ечишда математикадан кенг фойдаланиб келинган. Математикадан олдинги вактларда содда хисоблашларда ва турли хил улчашларда кенг фойдаланилиб келинган.

Турли фанларнинг ривожланишида математика мухим роль уйнаб келган. Иктисодга оид тадкикотларда математик усулларни куллаш иктисодий жараенларнинг конуниятларини урганиш мухим назарий ва амалий натижаларга эришиш имкониятини берди.

Иктисодий изланишларда математикани куллаш узок тарихга эга. Классик сиесий иктисоднинг асосчиси В. Петти (1623-1687) узининг "сиесий арифметика" номли китобида биринчи марта математиканинг дастлабки тушунчаларидан фойдаланган.

Иктисодий жараеннинг биринчи математик моделини француз олими Франсуа Кенэ (1694-1774) яратган. У 1758 йилда "иктисодий жадвал", 1766 йилда унинг иккинчи варианти булган "Арифметик формула " номли асарларини езди. Ф. Кенэ жадвали XVIII асрнинг урталарида сиесий иктисоднинг ривожланишида мухим ахамият касб этди.

Урганилаетган иктисодий жараеннинг асосий хоссаларини математик моделини куришдан иборатдир. Моделни куришда жараеннинг барча хоссаларини хисобга олиш мумкин эмас, албатта.

Урганилаетган иктисодий жараен учун куйиладиган асосий талаблар мезон булиб хизмат килади.

Иктисодий тизимларнинг турли фаолият йуналишларини урганиш учун хар хил математик усуллардан фойдаланилади. Булардан бири оптималлаш назарияси ва математик дастурлашдир.

Чизикли дастурлашда детерминант тушунчаси мухим роль уйнайди. Чизикли алгебра математиканинг мустакил сохаси сифатида XVIII асрда немис математиги Лейбнец хамда швейцариялик математик Г.Крамер томонидан n та номаълумли n та тенгламани ечишнинг умумий формуласи берилгандан кейин юзага келди.

XIX аср урталарида инглиз математиклари Кэни ва Сильвестр ишларида матрица тушунчаси киритилиб, матрица хисобининг асослари берилди. Чизикли алгебранинг тушунча ва усуллари иктисодий-математик текширишларида катта ахамият касб этади.

Бу сохада энг аввал немис олими Ф. Гаусс ва француз математиги К. Жардонлар катта ишларни амалга оширдилар.

Хисоблаш усулларига булган эхтиеж электрон хисоблаш машиналарининг яратилши билан яна хам усиб бормокда.

Юк ташишнинг оптимал режасини тузиш масаласи чизикли дастурлаш масаласи тарикасида биринчи марта иктисодчи А.Н.Толстов томонидан 1930 йил куйилган.

1931 йили венгер математиги Б.Эгервари чизикли дастурлашнинг хусусий холларидан бирининг математик куйилишини текшириб, бу масала кейинчалик "Танлаш проблемаси" номи билан юритила бошланди.Бу масала американлик математик Г.У.Кун томонидан ривожлантирилиб, унинг усули венгер усули деб атала бошланди.

Чизикли дастурлаш масалаларини текширишнинг систематик тараккиети 1939 йили академик Л.В.Конторович ишлари асосида бошланди. Кейинчалик у М.К.Гавурин билан биргаликда транспорт масаласини ечадиган потенциаллар усулини (1949й) яратди. Америка адабиетларида транспорт масаласи 1941 йили Ф.Л.Хичкок томонидан куйилди. Чизикли дастурлаш масаласини ечишнинг асосий усули симплекс усулини 1949 йили Д.Данциг яратди.

Чизикли хамда чизиксиз дастурлашнинг бундан кейинги ривожланиши Форд, Фулкерсон, Кун, Ленке, Гасс, Чернес, Бил ва Раднар ишларида уз асосини топди.

Мазкур сохани ривожлантиришда собик совет математик ва иктисодчиларидан В.С.Немчинов, В.В.Новожилов, А.А.Лурье,А.Брудно, Г.Ж.Рубинштейн, Ц.Б.Юдин, Б.Г.Гольштейн, А.Г.Аганбегян ва бошкалар катта хисса кушдилар.

Бу борада узбек олимларидан академик В.К.Кобулов, А.Н.Пирмухаммедов, М.И.Ирматов, Н.С.Зиядуллаев кабиларнинг илмий ишлари диккатга сазовордир.

1-МАЪРУЗА. Дастурлашнинг математик асослари.

РЕЖА.

1.1n-улчамли векторлар фазоси.
1.2Векторларнинг чизикли богликлиги.
1.3.n-улчамли вектор фазосининг базиси.
1.4. Чизикли тенгсизликлар.
1.5. Каварик тупламлар.

1.6. Чизикли тенгсизликлар системаси ва уларни ечиш.

Адабиётлар 1,3,5,14.

Таянч иборалар.

Вектор, чизикли боглик, тенгсизлик, каварик туплам, ярим текислик, ярим текисликлар кесишмаси.

1.1 n- улчамли векторлар фазаси.

Бизга маълумки хар кандай хужаликнинг фаолиятини хамма вакт курсаткичларнинг кандайдир сонли катори оркали характерлаш мумкин. Кулайлик учун буларни аник бир тартибда езиб олинади.

Математик дастурлаш масалаларида топилиши талаб килинган масаланинг оптимал режаи хамда бошлангич маълумотлар хам кандир сонлар системасини ташкил килади. Шунинг учун бундай сонлар кетма-кетлигига математик тушунчалар бериб бориш максадга мувофикдир.

Аналитик геометрия курсидаги маълумки сон укида етувчи хар кандай А вектор битта хакикий сон яъни А(х) билан аникланади. Шунинг учун тугри чизикни бир улчовли фазо деб аташ мумкин.Текисликда жойлашган хар кандай А вектор хакикий соннинг тартибланган (х,у) жуфти, яъни А (х,у) нукта координаталари оркали аникланади. Шунинг учун текислик икки улчовли фазо деб аталади. n- улчамли вектор деб тартибланган n-та сонларнинг тупламига, яъни $(x_1,x_2,...,x_n)$ га айтилади.

$x_1,x_2,...,x_n$ сонлар эса векторларнинг координаталари дейилади. n- улчамли векторни $x(x_1,x_2,...,x_n)$ куринишда езилади.Векторлар устида амаллар сизга таниш булганлиги сабабли биз факатгина узимиз ишлатадиган томонларни куриб чикамиз.

Таъриф: Хамма n- улчамли векторлар туплами учун векторларни сонга купайтириш ва куйиш амали бажарилса бундай тупламга n- улчамли фазо дейилади.

Векторларни скаляр купайтмаси деб хар икки векторнинг мос координаталари купайтмасининг йигиндисидан иборат булган хакикий сонга айтилади.

$$X\ (x_1,x_2,...,x_n) \text{ ва } Y\ (y_1,y_2,...,y_n)$$
$$X,Y=x_1,y_1+x_2,y_2+...+x_n,y_n$$

1.2 Векторларнинг чизикли комбинацияси ва богликлиги хакида тушунчалар.

Векторларнинг хакикий сонларга купайтмасининг йигиндисига векторларнинг чизикли комбинацияси дейилади.

Агар $x_1,x_2,...,x_n$ векторлар ва $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ хакикий сонлар берилган булса, буларнинг чизикли комбинациясини тузиш мумкин.

$$\lambda_1,x_1+\lambda_2\,x_2+...+\lambda_n x_n$$

Маълумки векторлар сонга купайтмаси векторни беради, векторларнинг алгебраик йигиндиси хам вектордир, Шунинг учун хам векторларнинг чизикли комбинацияси кандир янги векторни беради, яъни

$$Y=\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+...+\lambda_nx_n$$

Бу ифодани у-вектор, х- векторлар билан λ- коэффициентлар оркали чизикли ифодаланади дейиш хам мумкин.

Векторлар системаси чизикли богланган дейилади, качанки бирор коэффициент нолдан фаркли хол учун бу векторлардан нолли чизикли комбинация тузиш мумкин булса, демак бирорта $\lambda\neq0$ хол учун:

$$\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+...+\lambda_nx_n=0$$

булса, бундай система чизикли богланган дейилади. бундан тескари хулоса шуки,

агар $\lambda_1\lambda_2,...\lambda_n$ сонлар мавжуд булиб

$$\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+...+\lambda_nx_n=0$$

тенглик факат $\lambda_1=0$, $\lambda_2=0$, $\lambda_n=0$,булгандагина уринли булса, $x_1,x_2,...,x_n$ векторлар системаси узаро чизикли боглик мос дейилади.

Агар векторлар системаси чизикли богланган булса у холда булардан биттаси оркали колганларининг чизикли комбинациясини тузиш мумкин.

Агар бирон вектор колган векторлар оркали чизикли ифодаласа, бундай векторлар системаси чизикли богланган булади. Системани чизикли богланганлигини еки чизикли богланмаганлигини аниклаш учун куйдаги иккита вазиятдан фойдаланамиз.

1. Векторларнинг чизикли комбинациясининг координаталари мос координаталарнинг чизикли комбинацияларидан иборат.

2. Нол векторнинг хамма координаталри нолга тенгдир.

Мисол: куйдаги векторлар берилган булсин:

X (2;3), Y (3;4), Z (5;7)

Бу векторларнинг чизикли богланганлигини текширамиз. Векторларнинг чизикли комбинациясини тузамиз:

$$\lambda_1x+\lambda_2y+\lambda_3z=0 \qquad (1)$$

Биринчи координаталар буйича чизикли комбинациясини тузамиз:

$$\lambda_1 2+\lambda_2 3+\lambda_3 5=0$$

Иккинчи координаталар буйича чизикли комбинациясини тузамиз:

$$\lambda_1 3+\lambda_2 4+\lambda_3 7=0$$

Натижада уч номаълум иккита тенглама хосил булади,

$$2\lambda_1+3\lambda_2+5\lambda_3=0$$

$$(2)$$

$$3\lambda_1+4\lambda_2+7\lambda_3=0$$

Тенгламаларни λ_3- га булиб езамиз ва $\lambda_1/\lambda_3=\mu_1$ $\lambda_2/\lambda_3\mu$ деб белгилаб олсак,

$$2\mu_1+3\mu_2+5=0$$

(3)

$$3\mu_1+4\mu_2+7=0$$

$$\mu_1=-1,\ \mu_2=-1$$

3 та номаълумли 2 та тенгламалар системаси булганлиги сабабли номаълумлардан бирига ихт.киймат бериб ечиш мумкин, яъни $\lambda_3=1$ десак

$\lambda_1/\lambda_3=-1$; $\lambda_1=-1$; $\lambda_2/\lambda_3=-1$; $x_2=-1$ булади.

У холда (1) тенглама $-x-y+z=0$ куринишда булади.

Бундан $x=z-y$ демак, вектор системаси чизикли богланган.

Энди n- улчовли вектор фазонинг бирлик векторлари системаси чизикли боглик эмаслигини курсатамиз. Бунинг учун куйдаги n-улчамли бирлик векторларни оламиз

$И_1$ (1,0,0,...,0)

$И_2$ (0,1,0,...,0)

$И_n$ (0,0,0,...,1)

Хар бир координаталар учун чизикли комбинациялар тузиб, уларни нолга тенглаштирамиз:

$$\lambda_1 1+\lambda_2 0+...+\lambda_n 0=0$$
$$\lambda_1 0+\lambda_2 1+...+\lambda_n 0=0$$
$$\lambda_1 0+\lambda_2 0+...+\lambda_n 1=0$$

Бунда $\lambda_1=0$, $\lambda_2=0$, ...,$\lambda_n=0$ эканлиги келиб чикади, демак

$\lambda_1 И_1+\lambda_2 И_2+...+\lambda_n И_n$ чизикли комбинацияси нолга тенг булиши мумкин, качонки хамма λ- лар, яъни коэффициентлари “О” га тенг булса. Шундай килиб n-улчамли бирлик система хар доим чизикли богланмаган.

1.3 n-улчамли вектор фазосининг базиси.

1. n-улчамли фазода n-дан куп векторларни ташкил килган система чизикли богланган булади.

2. n-улчамли фазода ихтиерий чизикли богланмага система n-дан куп булмаган векторларни уз ичига олади.

3. Энг катта чизикли богланмаган векторлар системанинг ранги дейилади.

Таъриф. Максимал сонли векторларни уз ичига олган v чизикли богланмага система шу тупламнинг базиси дейилади. Демак n-улчамли вектор фазосининг базиси деб энг катта чизикли богланмаган векторлар системасига айтиалди.

Агар S-тупламнинг r- чизикли богланмаган векторлар $x_1,x_2,...,x_r$ системаси тупламнинг базиси булса, у холда шу тупламга карашли ихтиерий y- вектор юкоридаги векторларнинг чизикли комбинациясини ташкил этади.

n-улчамли фазода икки нукта орасидаги масофани улчаш учун кулланиладиган конуният фазонинг улчами дейилади.

Фазонинг узи эса улчам тушунчаси киритилгандан кейин улчамли дейилади.

Агар $x'(x'_1,x'_2,...,x'_n)$, $x''(x''_1,x''_2,...,x''_n)$

икки нукта берилган булса

$d=|x''-x'|=\sqrt{}(x''_1-x'_1)^2+(x''_2-x'_2)^2+...+(x''_n-x'_n$

Икки нукта орасидаги масофани топиш конунияти киритилган n-улчамли фазо Евклид фазоси дейилади. E^n- деб белгилаб оламиз.

E^1- геометрик нуктаи назаридан тугри чизик, E^2- текислик E^3- оддий фазо

1.4 Чизикли тенгсизликлар.

$a_1x_1+a_2y+a_3z=c$ оддий фазода текисликни ифодалайди.

$a(a_1,a_2,a_3)$ йуналтирувчи вектор.

Текисликда $a_1x+a_2y=c$ тугри чизикни ифодалайди.

$a_1x+a_2y\geq c$ еки $a_1x+a_2y\leq c$ лар шу тугри чизик билан чегараланган ярим текисликларни ифодалайди

Фазода $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3\geq c$

$a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3\leq 0$ ярим фазолар

n-улчовли фазода

$a_1x_1+a_2x_2+...+a_nx_n\geq c$

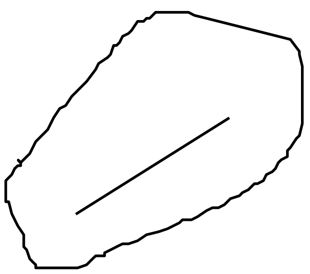
$a_1x_1+a_2x_2+...+a_mx_n\leq c$ лар

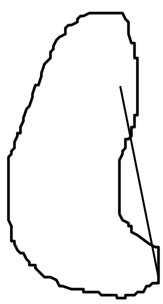
n-улчовли ярим фазолар.

Бундан куриниб турибдики, ихтиерий чизикли тенгсизликлар геометрик нуктаи назаридан шу улчамдаги ярим фазони берар экан.

1.**5 Каварик туплам.**Туплам каварик туплам дейилади, агар узининг ихтиерий икки P ва Q нуктасини

бирлаштирувчи кесманинг хамма нукталарини уз ичига олса (расм-1а), акс холда каварик булмаган туплам дейилади(расм-1б).





Расм1а расм1б

Каварик туплам.

Каварик тупламни аналитик куринишни куйдагича езишимиз мумкин: агар P ва Q каварик тупламнинг нукталари булса, у холда нукта $X=\lambda P+(1-\lambda)Q$ хам шу туплам.

Бу ерда $O\leq\lambda\leq1$ ярим фазо хам каварик туплам булади.

Каварик тупламнинг кесишмаси хам каварик тупламни ташкил этади.

Ярим фазоларнинг кесишмаси хам каварик тупламни ташкил этади.

Евклид фазосида кандайдир $x_1,x_2,...,x_n$ векторларни караймиз. Бу векторларнинг каварик комбинацияси деб $\lambda_i\geq0$ $\sum\lambda_i=1$ шартларни каноатлантирувчи хар кандай x вектор учун $x=\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+...+\lambda_nx_n$

ифода уринли булган холга айтилади.Каварик тупламга учбурчак,айлана,цилиндр,шар ва хоказолар мисол була олади.

Епик каварик тупламнинг ихтиерий нуктаси шу тупламнинг четки нукталарининг каварик комбинацияси куринишида берилиши мумкин.

1.6Чизикли тенгсизликлар системаси ва уларнинг ечими.

Бир еки куп узгарувчили биринчи даражали тенгсизликлар чизикли тенгсизликлар дейилади. Катъий ва катъий булмаган тенгсизликлар мавжуд.

$a_1x_2+a_2x_{2\geq}c$ бу тенгсизликни биз юкорида ярим текисликни $a_1x+a_2y=c$ тугри чизик билан чегараланган кисмини ифодалайди деб куриб утган эдик. биргаликда каралган бир нечта тенгсизликларни чизикли тенгсизликлар системаси дейилади. Хамма тенгсизликларни каноатлантирадиган номаълумларнинг кийматлари системанинг ечими дейилади. Хар бир тенгсизлик ярим текисликни ифодаласа, системанинг ечими бу ярим текисликларнинг кесишмасидан иборат булади.

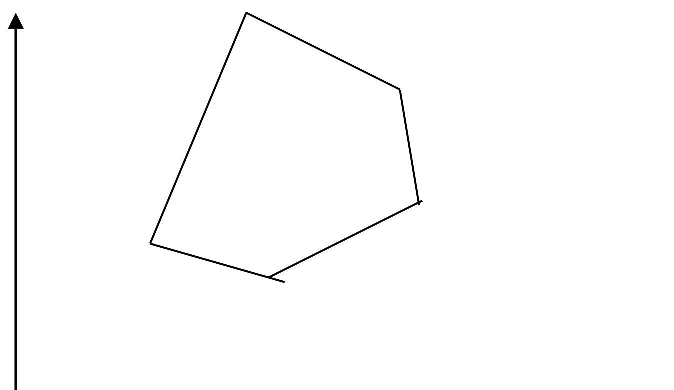
(I) $a_{11}x_1+a_{12}x_2\geq c_1$ тенгсизликлар системаси

(II) $a_{21}x_1+a_{22}x_2\geq c_2$ берилган булса.

(III) $a_{31}x_1+a_{32}x_2\leq c_3$

(IV) $a_{41}x_1+a_{42}x_2\leq c_4$

(V) $a_{51}x_1+a_{52}x_2\leq c_5$



Демак икки номаълумли тенгсизликлар системасининг ечими купбурчакдан иборат булар экан.

Системанинг ечими чегараланмаган купбурчакдан хам иборат булиши мумкин. n- узгарувчили m-та тенгсизликлар системасининг ечими мос ярим фазолар кесишмаси булади.

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+....+a_{1n}x_n\geq c_1$$
$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n \geq c_2$$
$$...................................$$
$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n\geq c_m$$

Таянч иборалар.

Вектор, чизикли боглик, тенгсизлик, каварик туплам, ярим текислик, ярим текисликлар кесишмаси.

С А В О Л Л А Р.

1. Качон чизикли векторлар системаси боглик дейилади.
2. Х (2;1), У (3;-2), Z (5;0) векторлар системаси богликми?
3. Кандай туплам каварик туплам дейилади?
4. Чизикли тенгсизликнинг геометрик маъноси нима?
5. $2x_1+3x_2\leq6$ тенгсизлик нимани ифодалайди?
6. Ярим текислик деб нимага айтилади?
7. Ярим текисликлар кесишмаси нимани ифодалайди?
8. n-улчовли фазо деб нимага айтилади?
9. n- улчовли фазонинг базиси деб нимага айтилади?
10. Халка каварик туплам була оладими?

2-МАЪРУЗА Чизикли тенгламалар системасини Жордан усулида ечиш.

Р Е Ж А

2.1 Чизикли тенгламалар системасини жадвал куринишида езиб олиш.

2.2.Жордан усулининг биринчи кадамини куллаш.

2.3.Бош элемент, хал килувчи сатр ва устунларни танлаш.

2.4.Кейинги жадвалларга утиш, номаълумларни топиш.

2.5 Иккинчи усул

2.6. Мисол.

Адабиётлар 5,6,13.

Таянч иборалар: Бош элемент,хал килувчи устун,хал килувчи сатр.

2.1 Чизикли тенгламалар системасини жадвал куринишида езиб олиш.

Чизикли тенгламалар системасини караймиз.

$Y_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1s}x_s+...+a_{1n}x_n$
$Y_2=a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2s}x_s+...+a_{2n}x_n$
....
$Y_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+...+a_{is}x_s+...+a_{in}x_n$
....
$Y_m=a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{ms}x_s+...+a_{mn}x_n$

Бу ерда a_{ij} коэффициентлар.

1-жадвал

	X_1	X_2	X_3	……….	X_{s-1}	X_s	X_{s+1}	……	X_n
$b_1y_1=$	a_{11}	a_{12}	a_{13}	……………	a_{1s-1}	a_{1s}	a_{1s+1}	……	a_{nn}
$b_2y_2=$	a_{21}	a_{22}	a_{23}	……….	a_{2s-1}	a_{2s}	a_{2s+1}	…….	a_{2n}
…………………	……..	………..	……...	………..	………	……...	……..	……	…...
$b_iy_i=$	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	………..	a_{is-1}	a_{is}	a_{is+1}	……	a_{in}
…………………	……..	………..	……...	………	……….	……..	……..	……	…..
$b_my_m=$	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	……….	a_{ms-1}	a_{ms}	a_{ms+1}	…..	a_{mn}

2.2.Жордан усулининг биринчи кадамини куллаш

Бу жадвал (1) система коэффициентлари матрицасини ташкил этади. Жадвални укиш куйдагича амалга оширилади, яъни енбошдаги устунда турувчи номаълум,тенглик белгисининг унг томонидаги мос коэффициентлар ва мос равишда юкори турган номаълумлар купайтмасининг йигиндисига тенг.

(масалан, $y_i=a_{i1}x_1+a_{i2}\ x_2+...\ +a_{in}x_n$)

Энди бу системани ечиш учун 1 кадам Жордан усулини куллаб курамиз. Бунинг учун (1) системадан r-чи тенгламасини оламиз.

$$y_r=a_{r1}x_1+a_{r2}x_2+...+\ a_{rs}\ x_s+...+a_{rn}x_n$$

бу ерда $a_{rs}\neq 0$ булса бу тенгламани x_s -га нисбатан ечамиз.

(2) $x_s=1/a_{rs}(r_1x_1-a_{r2}x_2-...-a_{rs-1}x_{s-1}+y_r-...-a_{rn}x_n)$

Топилган x_s нинг кийматини (1) системасидаги колган тенгламалардаги x_s нинг урнига куямиз.

Кулайлик учун y_i-чи тенгламани оламиз.

$$Y_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+...+a_{is-1}x_{s-1}+a_{is}[1/a_{rs}(a_{r1}x_1-a_{r2}x_2-...-a_{rs-1}x_{s-1}+y_{rs}-...-a_{rn}x_n)] +a_{is+1}x_{s+1}+...+a_{in}x_n$$

Бу ифодани соддалаштириб x_i ларга нисбатан ихчамлаймиз.

$$Y_i=(a_{i1}-a_{is}a_{r1}/a_{r2})x_1+(a_{i2}-a_{is}a_{r2}/a_{r2})x_2+...+(a_{is-1}-a_{is}a_{rs-1}/a_{rs})x_{s-1}+ a_{ii}/a_{rs}\,y_i+(a_{is+1}-a_{is}a_{rs+1}/a_{rs})x_{s+1}+...+(a_{in}-a_{is}a_{in}/a_{rs})x_n \qquad (3)$$

(3) ифода x_j лар олдидаги коэффициентларни топишда конуният бор. (3) ифодадаги x_j олдидаги коэффициентни b_{ij} деб белгилаб олсак.

$$b_{ij}=a_{ij}-a_{is}\ a_{rj}/a_{rs}\ (i\neq r,j\neq s) \quad (4)$$

У холда (2),(3) ни хисобга олиб (1) ни куйдагича езамиз.

$y_1=b_{11}x_1+b_{12}x_2+...+b_{1s-1}x_{s-1}+\ a_{1s}/a_{2s}\ x_s+b_{s+1}x_{s+1}+...+b_{s1}x_n$

$y_i=b_{i1}x_1+b_{i2}x_2+...+b_{is-1}x_{s-1}b_{is-1}x_{s-1}+a_{is}/a_{rs}x_s+b_{is+1}x_{s+1}+...+b_{sn}\,x_n$

....

$x_s=\ -a_{r1}/a_{rs}\ x_1\ -\ a_{r2}/a_{rs}\ x_2-...-a_{rs-1}/a_{rs}\ x_{s-1}+1/a_{rs}y_r-a_{rs+1}/ars\ x_{s+1}+...+a_{rn}/a_{rs}x_n$

....

$y_m=b_{m1}x+b_{m2}+...+a_{ms}/a_{rs}\ x_s+b_{ms+1}x_{s+1}+...+b_{ns}x_n$

2-жадвал

	X_1	X_2	…….	X_{s-1}	y_s	X_{s+1}	…..	X_n
$Y_1=$	b_{11}	b_{12}	……..	b_{1s-1}	a_{1s} / a_{rs}	b_{1s+1}	…..	b_{1n}
………	……..	…… …	……..	……..	………	……..	…..	……
$Y_i=$	b_{i1}	b_{i2}	……..	b_{is-1}	a_{is}/ a_{ir}	b_{is+1}	…..	b_{in}
……..	…….	……..	…….	……	……….	……..	…..	……
$X_s=$	$-a_{r1}/a_{rs}$	$-a_{r2}/a_{rs}$	…….	-a $_{rs-1}/a_{rs}$	$1/a_{rs}$	$-a_{rs+1}/a_{rs}$	….	$-a_{rn}/a_{rs}$
…….	…….	……..	…….	………	……….	………	…...	…….

$Y_m=$	b_{m1}	b_{m2}	…….	b_{ms-1}	a_{ms}/a_{rs}	b_{ms+1}	…..	b_{mn}

(1) системадан (5) системага утиш 1-жадвалдан 2- жадвалга утиш билан тенг кучли.

2.3.Бош элемент,хал килувчи сатр ва устунларни танлаш.

1-Жордан жадвалида x_s-устунни хал килувчи устун, y_r-каторни хал килувчи катор деб юритилади. Хал килувчи катор билан хал килувчи устун кесишмасида турган a_{rs} хал килувчи эмемент дейилади.

(4) формулани туртбурчак формуласи деб атаймиз.

(5) Демак 1- жадвалдан 2-жадвалга утишни куйдагича изохлаш мумкин.

2.4.Кейинги жадвалларга утиш,номаълумларни топиш.

1. Хал килувчи элемент тескари микдор билан алмашади.
2. Хал килувчи устуннинг колган элементлари хал килувчи элементга булинади.
3. Хал килувчи каторнинг колган элементлари хал килувчи элементга булиниб тескари ишора билан олинади.
4. Колган барча элементлар туртбурчак формуласи билан топилади.

2.5 Иккинчи усул.

.

$$a_{11}x_1+a_nx_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=a_1$$
$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+arnxn=a_2$$
$$..................................$$
$$a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+...+a_nx_n=a_m$$

Юкоридаги тенгламалар системасини куйдаги куринишда езиб оламиз

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n-a_1=0$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n-a_2=0$$
$$.......................................$$
$$a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+...+a_{nn}x_n-a_n=0$$

	X_1	X_2	…………	x_n	Озод хадлар
0=	a_{11}	a_{12}	…………	a_{1n}	$-a_1$
0=	a_{21}	a_{22}	……………	a_{2n}	$-a_2$
…………	…………	…………	…………..	………..	……………
0=	A_{n1}	a_{n2}	……………	a_{nn}	$-a_n$

Бу системани хамма “О” юкорига чиккунча давом этадиган Жордан усули билан ечамиз.

	0	0	……………	0	Озод хадлар
X_1=	b_{11}	b_{12}	……………	b_{1n}	b_1
X_2=	b_{21}	b_{22}	……………	b_{2n}	b_2
…………………	…………	…………	……………	…………	…………………
X_n=	b_{n1}	b_{n2}		b_{nn}	b_n

Мисол:

$$x_1+2x_2-3x_3=6$$
$$2x_1+3x_2+4x_3=8$$
$$x_1-2x_2+3x_3=2$$

1. жадвал

Озод хадлар	X_1	X_2	X_3
6=	**1**	2	-3
8=	2	3	4
2=	1	-2	3

2-жадвал

Озод хадлар	6	X_2	X_3
X_1=	1	-2	3
8	2	**-1**	10
2=	1	-4	6

3-жадвал

Озод хадлар	6	8	X_3
X_1=	-3	2	-17
X_2=	2	-1	10
2=	-7	4	**34**

4-жадвал

Озод хадлар	6	8	2
X_1=	1⁄2	0	1⁄2
X_2=	-1 ⁄ 17	3 ⁄ 17	-5 / 17
X_3=	-7/ 34	2/ 17	-1/ 34

4-жадвалдан х ларнинг кийматларини аниклаймиз. Бунинг учун жадвал юкорисидаги сонларни мос равишда катордаги сонларга купайтириб йигиндисини оламиз.

x_1=6•1/2+0•8+2•1/2=4

x_2=-1/17•6+3/17•8-5/17•2=-6+24-10/17=8/17

x_3=-7/34•6+2/17•8-1/34•2=-42+32-2/34=-12/34=-6/17

С а в о л л а р.

1. Жордан усулида кейинги жадвалга утиш учун кандай хисоблаб топилади.?
2. Хал килувчи устун элементлари кандай топилади?
3. Хал килувчи сатр элементлари кандай топилади?
4.Туртбурчак формуласи кандай булади?
5.Номаълумлар кандай топилади?
6.Жордан усулида ечиш качонгача давом эттирилади?
7.Чизикли тенгламалар системаси деб нимага айтилади?
8.Бош элемент кандай топилади?
9.Жордан усулининг кандай кулайлик томонлари бор?
10.Жордан усулида кандай системалар ечилади?

3-Маъруза. МАТЕМАТИК ДАСТУРЛАШ УСУЛЛАРИ МАСАЛАЛАРИ

РЕЖА:

3.1Чизикли дастурлаш
3.2Каср - чизикли дастурлаш.
3.3Бутун сонли дастурлаштириш
3.4Стохастик дастурлаштириш
3.5Динамик дастурлаштириш
3.6 Уйинлар назарияси

Адабиётлар 1,3,5,6,7.
Таянч иборалар. Математик модел, дастурлаш, экстремал киймат.

Турли хилдаги математик моделларнинг сон кийматларини топиш билан математиканинг асосий булимларидан бири-математик дастурлаш булими шугулланади.

Математик дастурлашнинг афзаллиги шундан иборатки, у мавжуд булган хамма вариантларда олдиндан куйилган шартлар бажарилган такдирда режанинг оптимал вариантини топишга хизмат килади. Математик дастурлашнинг асосий булимларига чизикли, каср чизикли, квадрат, бутун сонли, стохастик, динамик, уйинлар назарияси каби дастурлаштиришлар киради.

3.1Чизикли дастурлаштириш бу математик дастурлашнинг мухим бир булими булиб, куп узгарувчиларга нисбатан чизикли функцияларнинг экстремал кийматларини топиш билан шугулланади. Бунда чизикли функциянинг чизикли чеклашлари берилган холда, максимум ёки минимум киймат (ечим)ини топиш усулини ургатади. Чизикли дастурлашда номаълум узгарувчилар биринчи даражада булади. Чизикли тенгламалар, тенгсизликлар системасини ягона ёки чексиз куп ечимларга эга булиши мумкин.

Баъзан тенгламалар, тенгсизликлар системаси берилган максад функциясида умуман ечимга эга булмаслиги хам мумкин.

Масаланинг чизикли дастурлаш усуллари билан хал этилиши учун албатта куйидаги шартлар бажарилиши зарур:

1) Масаланинг оптимал ечимига кирувчи хамма иктисодий, технологик, ижтимоий ва бошка шартлар чизикли тенглама ёки тенгсизликлар системаси билан ифода этилиши керак;

2) Масаланинг хамма шартларини ифода этувчи тенгламалар ёки тенгсизликлар системаси куп сонли ечимга эга булиши керак;

3) Масалани ечишда куйилган максад иктисодий томондан аник асосланган булиб, у чизикли функция куринишида булиши зарур.

Ушбу шартларнинг охиргисига алохида эътибор бериш лозим. Чунки масалани ечишдан олинган натижаларнинг сифатини ва хакикийлигини курсатадиган бу шарт мухим ахамиятга эга. Куп холларда максад функцияси атрофлича асосланмаганлиги учун, масаланинг ечими максадга мувофик булмай колади.

Чизикли дастурлашнинг умумий масаласи хозирча иккита усул ёрдамида хал этилмокда. Булардан биринчиси-симплекс усули ёки режани кетма-кет яхшилаш усулидир. Бу жуда кенг таркалган универсал усул булиб, чизикли дастурлашнинг хар кандай масаласининг оптимал ечимини топа олади. Симплекс усулининг кулай томонларидан яна бири шундан иборатки, масалага киритиладиган хар хил шартларнинг улчов бирликларини бир хилга келтириш шарт эмас. Шартлар хар хил улчовда булиши мумкин. Масалан, сум, киши-куни, центнер, киловатт-соат ва хоказо.

Иккинчи усул - бу таксимлаш усулидир. Чизикли дастурлашнинг бу усули бажарадиган асосий вазифа - транспорт масаласи булиб хисобланади. Таксимлаш усули дастлаб юк ташишни самарали ташкил этишда кулланилган, кейинчалик бу масала транспорт масаласи деб юритилган ва бу усул жойлаштириш масаласининг оптимал вариантларини топишда, юк ташишнинг графикларини тузиш, техникага булган талабни кондириш каби масалаларни хал этишда кенг кулланилади.

3.2 Каср - чизикли дастурлаш усули хам математик дастурлашнинг бир булими булиб, куйидаги куринишдаги экстремал масалаларни текширади.

Ушбу

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} c''_j x_j}{\sum_{j=1}^{m} c'_j x_j} = \frac{b'_1(x)}{b''_2(x)}$$

функциянинг максимал (минимал) киймати топилсинки, унда куйидаги шартлар бажарилсин:

$$Ax=B \qquad (5)$$
$$x \geq 0 \qquad (6)$$

Бу ерда f (x) функция - каср-чизикли функция дейилади. Бунда $f_2(x) \neq 0$ булади. (5) ва (6) шартларни каноатлантириш учун $f_1(x) > 0$ деб кабул киламиз. Агар $f_2(x)=1$ булса, каср чизикли дастурлаштириш масаласига айланади.

Ишлаб чикариш жараёнининг айрим оптималлаштирувчи курсаткичлари, яъни минимал таннарх, максимал унумдорлик каби масалалар куринишидаги масалаларга киритилиши мумкин.

Квадрат дастурлаштириш чизикли булмаган дастурлаштиришнинг бир тури булиб, ихтиёрий тупламда квадрат функциянинг глобал максимумини топишга багишланган.

Квадрат дастурлаштириш чизикли дастурлаштириш масаласидан факатгина оптималлик мезони-квадрат функцияси оркали ифодаланиши билангина фаркланади.

3.3 Бутун сонли дастурлаштириш. Бунда масаланинг бажарилиши мумкин булган шартларига яна битта шарт, яъни узгарувчилар факатгина бутун бутун сонли (ноль ёки бир) кийматларни кабул килиш шарти кушилади. Чунки айрим масалаларнинг мохиятига кура узгарувчилар факатгина бутун сон булгандагина маънога эга булади. Масалан, автомобилларнинг рейслари, корхоналарнинг ривожлантириш ва жойлаштириш масаласидаги изланаётган номаълумлар ва єоказолар бутун сон булиши шарт.

Чизикли дастурлашга тегишли булган купгина масалалар бутун сонли ечимга эга булиш талаб этилади.

3.4 Стохастик дастурлаштириш Бази масалаларни хал этишда чизикли дастурлаштиришдан фойдаланиш айрим кийинчиликларга олиб келади. Чунки, бунда модель учун зарур булган ахборотлар булмаслиги ёки аниклик даражаси паст булиши мумкин. Худди шундай холатда, яъни модель учун зарурий ахборотлар тулик булмаганда стохастик дастурлаштиришни куллаш максадга мувофикдир. Бунда оптимал ечим маълум эхтимоллик асосида топилади. Оптималлик мезон сифатида эса ечимдаги курсаткичлар кийматининг математик кутилиши ёки чегарадаги сонга нисбатан курсаткичлар кабул килинади. Хозирча стохастик дастурлаштириш масалаларини ечиш учун умумий усул топилганича йук.

3.5 Динамик дастурлаштириш куп боскичли ишлаб чикариш жараёнинг оптимал ечимларини топишнинг назарияси ва унинг сонли усулларини топиш билан шугулланади.

Динамик дастурлаштириш масалаларининг асосий ечиш усулини америкалик математик Р.Беллман узининг "Рекуррент муносабатлар усули" асарида таклиф килган.

Бу усул куйидаги конуниятга асосланган: агар ишлаб чикариш жараёни оптимал булса, у биринчи кадамдан кейин хам уз птималлигини саклаб колади. Бу принцип хар кандай масалалар учун хам кулланавермайди.

3.6 Уйинлар назарияси математик моделлаштириш назариясининг бир булаги булиб, зиддиятли ёки ноаник ходисаларнинг оптимал ечимларини топиш билан шугулланади.

Хар бир уйин иштирокчиси узининг стратегиясига эга булади. Стратегиялар йигиндисига уйин ютуклари мос келади. Тажрибада икки уйинчи иштирок этадиган ва уйинлар бахоси йигиндиси нолга тенг булган моделлар куп кулланилади.

Бундай моделларни ечиш чизикли дастурлаштириш моделлари оркали амалга оширилади.

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n+ x_{n+2}=b_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (4)$$
$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+ \ldots + a_{mn}x_n+x_{n+m}=b_m$$

(11) тенгламалар системасининг яна мухим томони шундаки, дастлабки номаълум узгарувчилар яна m та янги $x_{n+1},\ldots,x$ узгарувчиларга купайиб, уларнинг коэффицентларидан тузилган матрица m- тартибли

$$I=\begin{Vmatrix} 10\ldots0 \\ 01\ldots0 \\ \ldots\ldots\ldots \\ 00\ldots1 \end{Vmatrix}$$

бирлик матрицани ташкил этади.

Саволлар.

1.Математик дастурлашнинг асосий булимларига нималар киради?
2.Стохастик дастурлаш нима?
3.Уйинлар назарияси кандай масалалар билан шугулланади?
4.Дастурлаш деганда нимани тушунасиз?
5.Бирлик матрица деб нимага айтилади?
6.Бутун сонли дастурлаштириш деб кандай масалага айтилади?
7.Динамик дастурлаштириш деб нимага айтилади?
8.Каср-чизикли дастурлаштириш деб нимага айтилади?
9.М.Д.масалалари ёрдамида кандай масалалар ечилади?
10.Чизикли булмаган длстурлаштириш масалалари кандай булади?

4-Маъруза

4-МАЪРУЗА. ЧИЗИКЛИ ДАСТУРЛАШТИРИШ МАСАЛАЛАРИ. ИКТИСОДИЙ МАСАЛАЛАРНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРИНИ ТУЗИШ.

4.1. Умумий тушунчалар.
4.2. Хом ашедан фойдаланиш масаласи.
4.3 Озука рациони масаласи.
4.4 Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куриниши.
4.5Чекланишлар системасини тенгламаларга олиб келиш.
4.6Чизикли дастурлаштириш масаласининг каноник куриниши.

Адабиётлар 3,5,11,12

Таянч иборалар.

Каноник, математик модел, чизикли дастурлаштириш, чекланишлар системаси, максад функция ,захира.

4.1 Умумий тушунчалар.

Чизикли дастурлаштириш бу чизикли функциянинг узгарувчиларига чизикли чекланганлик шартлари куйилганда энг катта ва энг кичик кийматларини излаш усуллари ва уни топиш хакидаги фандир. Шундай килиб чизикли дастурлаштириш масалалари функциянинг шартли экстремумларини топиш масалаларига киради. Лекин бу масалаларни куп узгарувчили функциянинг шартли экстремумларидек еча олмаймиз. Уни куйдаги масала ердамида тушунтиришимиз мумкин.

$Z=\sum C_j X_j$ функциянинг

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n=b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1+a_{m2}+...+a_{mn}x_3=b_m \end{cases}$$

шартларни каноатлантирувчи экстремумларини топиш масаласини куриб чикайлик.Z-чизикли функция булганлиги учун $\partial z/\partial x_j=c_j$ (j=1,2,...,n) лекин Z-чизикли функциянинг барча c_j-коэффициентлари “O”га тенг эмас, демак $\partial z/\partial x_j=0$ шарт барча x_j лар учун бажарилмайди. Шунинг учун соханинг ичида экстремум йук . Бу нукталар соханинг чегараларида булиши мумкин. Лекин биз уларни хам текшира олмаймиз, чунки хусусий хосиллар узгармасдир.

Шу сабабли чизикли дастурлаштириш масалаларини ечишни махсус усулларни топишга тугри келади.

Чизикли дастурлаштириш масалалари иктисодда жуда куп ишлатилади.Хозир биз куйида оддий иктисодий масалаларнинг математик моделларини тузишни куриб чикамиз.

4.2Хомашедан фойдаланиш масаласи.

Икки хил B_1 ва B_2 махсулотлар тайерлаш учун уч хил хам аше S_1S_2ваS_3 шлатилади.

1-жадвалда хом аше захираси, махсулот ишлаб чикариш учун сарф буладиган хом аше бирлиги, бир бирлик махсулотнинг бахоси берилган.

1. жадвал

Хом ашё тури	Хом ашё захираси	Махсулот бирлигига сарфланадиган Хом ашё микдори	
		B_1	B_2
S_1	20	2	5
S_2	40	8	5
S_3	30	5	6
даромад		50	40

Буларга нисбатан шундай режа тузиш зарурки, умумий етиштирилган махсулот реализациясидан олинадиган фойда максимал булиб, хом аше захирасидан рационал фойдаланилсин.

X_1 оркали B_1 махсулот бирлиги микдорини; X_2 оркали B_2 махсулот бирлиги микдорини белгилаймиз.

Хом аше захираси бирлиги микдорини ва хом аше захирасини назарда тутиб 1 жадвалда берилганлардан фойдаланиб куйдаги тенгсизликлар системасини тузиб оламиз

$$(1)\qquad \begin{aligned} 2x_1+5x_2&\le 20\\ 8x_1+5x_2&\le 40\\ 5x_1+6x_2&\le 30 \end{aligned}$$

Системадан куриниб турибдики махсулот ишлаб чикариш учун сарф буладиган хом ашемиз запасдан куп булиши мумкин эмас. Агар P_1 махсулот ишлаб чикариш масаси $x_1=0$ акс холда $x_1>0$ булади. Худди шундай P_2 учун хам $x_2=0$ еки $x_2>0$. Демак x_1 ва x_2 узгарувчилар манфий эмас яъни $x_1\ge 0, x_2\ge 0$
P_1 махсулотнинг x_1 бирлигини реализация килишдан 50 x_1 сум ва P_2 махсулотнинг x_2 бирлигини реализация килишдан 40 x_2 сум фойда олинади, бу фойдаларнинг йигиндиси

$$(2)\qquad Z=50x_1+40x_2 \text{ (сум)}$$

Масаланинг максадига етиш учун $Z=50x_1+40x_2$ чизикли функциянинг

$$\begin{aligned} 2x_1+5x_2&\le 20\\ 8x_1+5x_2&\le 40\\ 5x_1+6x_2&\le 30\\ x_1\ge 0,\ x_2&\ge 0 \end{aligned}$$

шартларни каноатлантирувчи энг катта кийматини топиш керак.

Бу тузилган (2) функция максад функцияси дейилади ва куйилган (1) шартлар системаси билан бирга берилган масаланинг математик моделини ташкил килади.

Хом ашедан фойдаланиш масаласини n- турдаги махсулот ишлаб чикариш учун, m-турдаги хом ашедан фойдаланамиз деб ва S_i-(i=1,m) хом ашелар сони (i=1,2), p_j(j=1,2,...,n) - махсулотлар сони; b_i-хос аше запаси; a_{ij}- j-чи махсулотни бир бирини ишлаб чикариш учун сарф буладиган j-чи махсулотнинг бирлиги; C_j-jахсулотни реализация килишдан олинадиган фойда деб умумлаштирилган масалани хосил килишимиз мумкин.

2. жадвал

Хом ашё тури	Хом ашё захираси	j-чи махсулотни 1 бирлигини ишлаб чикариш учун i-чи хом ашёнинг сарф буладиган бирлиги			
		P_1	P_2	……..	P_n
S_1	b_1	a_{11}	a_{12}	……….	a_{1n}
S_2	b_2	a_{21}	a_{22}	……..	a_{2n}
……………….	……………….	…………	………..	………	………..
S_m	b_m	a_{m1}	a_{m2}	……….	a_{mn}
ФОЙДА		C_1	C_2	……..	C_n

$$\begin{array}{l} a_{11} x_1+a_{12} x_2+...+a_{1n} x_n \le b_1 \\ a_{12} x_1+a_{22} x_2+...+a_{2n} x_n \le b_2 \\ .... \\ a_{m1} x_1+a_{m2} x_2+...+a_{mn} \le b_m \end{array} \qquad (4)$$

шартларни каноатлантирувчи $x_j \ge 0 (j=1,n)$

$Z=c_1 x_1+c_2x_2+...+c_nx_n$ функциянинг энг катта кийматини топиш.

4.3 Озука рационы масаласи.

Бокилаетган хар бир молга куннинг S_1 озука моддасидан 9 бирликдан кам булмаган, S_2- озука моддасидан 8 бирликдан кам эмас, S_3-озука моддасидан 12 бирликдан кам булмаган микдори керак.Рационни тузиш учун 2 хил емишдан фойдаланилади. 1кг емишдаги озука моддасининг микдори ва 1кг емишнинг нархи 3 жадвалда келтирилган.

Озука моддалари	1кг емишдаги озука моддасининг микдори	
	I емиш	II емиш
S_1	3	1
S_2	1	2
S_3	1	6
1кг емишнинг нархи	4	6

Шундай кунлик рационни тузингки унга кетадиган харажат энг кам булсин ва озука микдори талаб килинган даражада булсин.

x_1 ва x_2 деб I ва II тур емишларнинг неча кг олинганини белгилаб оламиз. Ухолда масаланинг математик модели куйидагича булади.

$S=4x_1+6x_2$ (сум) харажат чизикли функциянинг

$$3x_1+x_2 \ge 9$$
$$x_1+2x_2 \ge 8$$
$$x_1+6x_2 \ge 12$$

$x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$, $x_3 \ge 0$ шартларни каноатлантирувчи энг кичик киймати топилсин. Бу масалани хам умумлаштирсак яъни рационда n-хил емиш бор ва m-хил озука моддасидан $b_i (i=3,n)$ дан кам булмаган микдорда олинса a_{ij}-деб i-чи озука моддасининг j-емишдаги микдори ва c_j-j чи емишнинг нархи деб белгиласак $Z=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n$ функциянинг

$$(5) \qquad \begin{array}{l} a_{11} x_1+a_{12} x_2+...+a_{nn} x_n \ge b_1 \\ a_{21} x_1+a_{22} x_2+...+a_{2n} x_n \ge b_2 \\ .... \\ a_{m1} x_1+am_2+...+a_{mn}x_n \ge b_m \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, ... x_n \ge 0 \end{array}$$

Шартларни каноатлантирувчи энг кичик киймати топилсин.

4.4 Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куриниши

Агар берилган шартларда маълум бир озука моддасини айнан бирор узгармас кг булсин деб берилган булса, тенгсизликнинг урнида тенглама катнашади.Демак чизикли дастурлаштириш масалаларининг чекланишлар системасида тенгламалар хам,тенгсизликлар хам катнашиши мумкин экан.Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куриниши куйидагича булади

$Z=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n$ функциянинг

$a_{11}\,x_1+a_{12}\,x_2+...+a_{nn}\,x_n\leq b_1$
$a_{21}\,x_1+a_{22}\,x_2+...+a_{2n}\,x_n\geq b_2$
....
$a_{m1}\,x_1+am_2+...+a_{mn}x_n=b_m$

чекланишлар системасини каноатлантирадиган минимум(максимум) киймати топилсин. Бу ерда чекланишлар системасида тенглик ва тенгсизликлар катнишияпди.

4.5Чекланишлар системасини тенгламаларга олиб келиш.

Тенгсизликлар системасини ечиш анча мураккаб булгани учун, тенгсизликлардан тенгламаларга утилади ва тенгламалар системаси ечилади. Бу усул чизикли дастурлаштириш масалаларини ечишда куп кулланилади.

$a_1x_1+a_2x_2+...+a_nx_n=b_1$ тенгсизликнинг чап томонига маълум бир манфий булмаган $x_{n+1}\geq 0$ катталикни кушиш ердамида тенгламага келтириш мумкин.

$a_1x_1+a_2x_2+...+a_nx_n+x_{n+1}=b_1$ Манфий булмаган $x_{n+1}\geq 0$ тенгсизликни тенгламага айлантирди ва у кушимча номаълум деб юритилди.

Шундай килиб тенгсизликлар системаси билан чегараланган чизикли дастурлаштириш масаласи тенгсизликнинг чап томонига манфий булмаган кушимча узгарувчиларни кушиш (≤ 0) булса ва айириш (≥ 0) ердамида тенгламалар системасига олиб келинган. Чизикли максад функциянинг таркибига бу янги узгарувчилар “0” коэфициент билан киритилган.

Масалан: 1) Хом ашедан фойдаланиш масаласи куйидаги куринишга келади.

$Z=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n+0x_{n+1}+0x_{n+2}+...+0x_{n+m}$

$a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n+x_{n+1}=b_1$
$a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}+x_{n+2}=b_2$
....
$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n+x_{n+m}=b_m$

$x_j \geq 0 \quad (j=1,nm)$

x_{n+i} (i=1,2,...n) -кушимча узгарувчилари

2) Озука рациони тузиш масаласи

$Z=c_1x_1+ c_2x_2+...+c_nx_n+ox_{n+1}+...+ox_{n+m}$

$$\begin{gathered} a_nx_1+a_{12}x_2+...+a_mx_n-x_{n+1}=b_1 \\ .... \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n-x_{n+\,n}=b_m \\ x_j \geq 0 \ (j=1,2,...,n+m) \end{gathered}$$

Чизикли дастурлаштириш масалаларида чекланишлар системаси тенгламалар куринишда булса каноник куринишдаги масала дейилади.

С А В О Л Л А Р.

1. Максад функция деб нимага айтилади?.
2. Чекланишлар системаси деб нимага айтилади?.
3. Хом ашесидан фойдаланиш масаласи кандай тузилади?
4. Озука рациони масаласи кандай тузилади?
5. Тенгсизликлардан кандай тенгламаларга утиш мумкин?
6. Ч.Д.масаласининг каноник куриниши кандай булади?
7. Ч.Д. деб нимага айтилади?
8. Ч.Д.масаласининг умумий куриниши кандай булади?
9. Математик модел деб нимага айтилади?
10. Ч.Д.масаласини кандай килиб каноник куринишга олиб келинади?

5-Маъруза. Чизикли дастурлаштириш масалаларининг асосий куринишлари ва ечимларининг хоссалари.

РЕЖА.

5.1.Ч.Д.масалаларининг умумий курieиши.
5.2.Ч.Д.масалаларининг вектор-матрица куриниши.
5.3.Чизикли дастурлаштириш масалаларининг йигинди куринишлари.
5.4.Чизикли дастурлаштириш ечимларининг хоссалари.

5.5. Каварик тупламлар ва таянч тугри чизиги.

Адабиётлар 1,3,5,6,7,12,14

Таянч иборалар. Матрица, вектор, оптимал ечим, каварик туплам, скаляр купайтма.

5.1Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куринишилари.

I Масаланинг куйилиши. (максад функцияси)

(1) $Z=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n$ чизикли максад функция ва куйидаги чизикли чекланишлар системаси.

$$(2) \quad \begin{array}{l} a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n=b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n=b_m \\ x_j\geq 0 \ \ (j=1,2,...,n) \end{array}$$

Берилган булсин, бу ерда a_{ij},b_j ва c_j лар узгармас коэфициентлар.

(1) чизикли функциянинг (2) шартларини каноатлантирувчи манфий булмаган шундай $x_1,x_2,...,x_n$ ечимлари топилсинки унда (1) функция энг кичик кийматга эга булсин.

Бу (1)-(2) асосий масаланинг куйилишидир.

5.2.Ч.Д.масалаларининг вектор-матрица куриниши.

Чизикли дастурлаштриш асосий масаласини бир неча формада езиш мумкин. Вектор формасида езилиши

$Z=C*X$ чизикли функциянинг

(3) $A_1X_1+A_2X_2+...+A_nX_n=A_0$, $X\geq 0$ шартни каноатлантирувчи минимуми топилсин.

Бу ерда $C=(c_{1,}c_2,...,c_n)$, $X-(x_1,...,x_n)$ $C*X$-икки векторнинг скаляр купайтмаси.

$$A_1= \begin{array}{c} a_{11} \\ a_{12} \\ .... \\ a_{1n} \end{array}, \quad A_2= \begin{array}{c} a_{21} \\ a_{22} \\ .... \\ a_{2n} \end{array}, ..., \quad A_m= \begin{array}{c} a_{n1} \\ a_{n2} \\ ..... \\ a_{mn} \end{array}$$

номаълумлар олдидаги коэфициентларидан

b_1

$$B_i = \begin{matrix} b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{matrix}$$ озод хадлардан тузилган векторлар

Матрица формасидаги езувга С ва A_o,X векторлар билан бирга

$$A = \begin{matrix} a_{11}a_{12}\ldots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}a_{m2}\ldots a_{mn} \end{matrix}$$ матрицани C_2 масалани куйидагича езиш мумкин

Z= сх чизикли функция

A,X=A_o,X≥0 шартлар бажарилганда минималлаштирилсин.

$$X = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{matrix}, \qquad A_o = \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{matrix}$$ матрица устунлар

C=(c_1,c_2,...,c_n)- матрица сатр.

5.3.Чизикли дастурлаштириш масалаларининг йигинди куринишлари.

$Z=\sum C_iX_i$ функциянинг $\sum a_{ij}\, x_i=b_i$ (i=1,n: j=1,m) системани каноатлантирадиган минимуми топилсин . Бу чизикли дастурлаштириш масаласининг йигинди куринишидир.

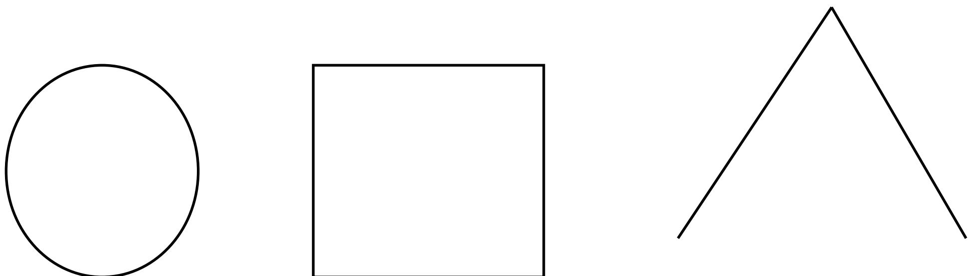
Таъриф: Режа еки чизикли дастурлаштириш масаласининг уринли ечимлар туплами деб (1) ва (2) шартларни каноатлантирувчи **x**=(x_1,x_2,...,x_n) векторга айтилади.

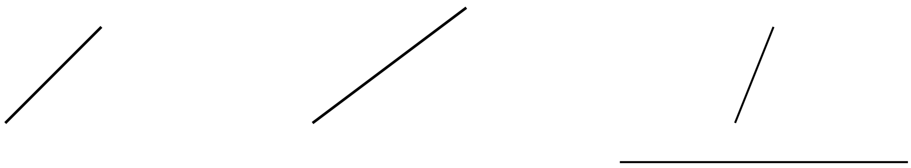
Таъриф . Оптимал режа еки чизикли дастурлаштириш масаласининг оптимал ечими деб, чизикли функцияни (максад функция) энг кичик кийматга (катта) эриштирадиган режага айтилади.

Бундан кейин биз факат энг кичик киймат хакида гапирамиз. Чизикли функциянинг максимал (энг катта) кийматини топиш керак булса, функциянинг ишорасини тескарига айлантириб олиб энг кичик кийматини топиб олиш кифоядир.

5.4.Чизикли дастурлаштириш ечимларининг хоссалари.

Чизикли дастурлаштириш масаласининг ечимининг хоссалари, каварик тупламларнинг хоссалари билан узвий боглангандир.



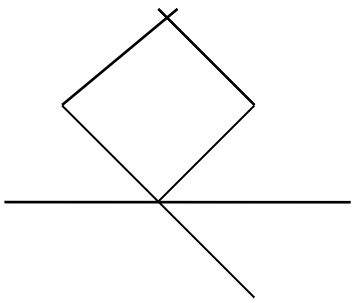


1-таъриф: Каварик купбурчак деб, бир неча кесмалар билан чегараланган каварик фигурага айтилади.

Бу кесмалар купбурчакнинг тамонлари, икки кушни томонининг учрашган нуктаси эса купбурчакнинг учлари еки нукталари дейилади.

5.5. Каварик тупламлар ва таянч тугри чизиги.

2-таъриф: Агар каварик купбурчак бирорта тугри чизикнинг бир томонида етган булса, ва купбурчак билан тугри чизик хеч булмаганда битта умумий нуктага эга булса, бу тугри чизик таянч тугри чизиги дейилади.

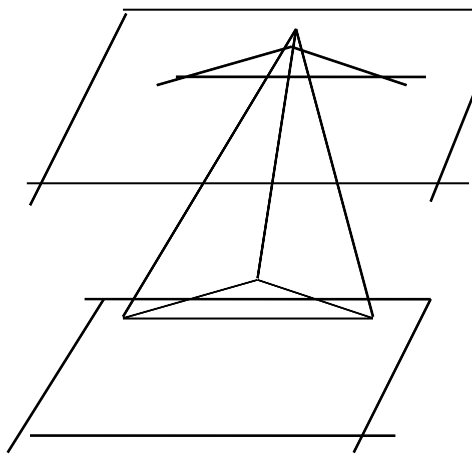


Уч улчовли каварик фигураларга шар, призма, пирамида, параллелапипед ва бошкалар мисол булади.

3-таъриф: Шундай фигурага чегаравий фигура дейиладики, агар унинг ихтиерий нуктасини марказ килиб олиб доира утказсак, бу доира хамма вакт шу фигурага тегишли ва тегишли булмаган нукталарни уз ичига саклайди.

4-таъриф: Каварик купбурчаклар билан чегараланган жисм каварик куп екли дейилади.

Куп еклилар чексизли сон учки нукталарга эга булади. Агар купекли бирорта тексликнинг бир томонида етган булса ва куп екли билан хеч булмаганда битта умумий нуктага эга булса, бу текислик таянч текислик дейилади.



С А В О Л Л А Р.

1. Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куриниши кандай булади.
2. Чизикли дастурлаштириш масалаларининг вектор матрица куриниши кандай булади.
3. Ч.Д.масаласининг йигинди куриниши.
4. Каварик туплам деб нимага айтилади.
5. Ч.Д.масаласининг ечими деб нимага айтилади?
6. Оптимал ечим деб нимага айтилади?
7. Каварик купек деб нимага айтилади?
8. Режа деб нимага айтилади?
9. Оптимал режа нима?
10. А-матрица нимани ифодалайди?

6-Маъруза. ЧИЗИКЛИ ДАСТУРЛАШТИРИШ МАСАЛАЛАРИНИ ГЕОМЕТРИК ТАЛКИНИ ВА ГРАФИК УСУЛДА ЕЧИШ.

РЕЖА

6.1Чизикли дастурлаштириш масалаларини геометрик тасвири.

6.2 Графикда оптимал ечимни топиш
6.3 n та номаълумли m та тенгламалар системасидан иборат чегаравий шартли ч.д. асалалари.
6.4Мисол

Адабиётлар 1,3,5,7,13,14
Таянч иборалар: Уринли ечимлар туплами,таянч тугри чизик,нормал вектор,ечимлар купбурчаги,учки нукта.

6.1Чизикли дастурлаштириш масалаларини геометрик тасвири .
Бизга икки улчовли фазода чизикли дастурлаштириш масаласи - берилган булсин, яъни ушбу

$$\mathbf{Z=c_1\, x_1 + c_2\, x_2} \qquad \mathbf{(2.1)}$$

функциянинг чекланиш тенгсизликлари системаси

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{2} a_{ij} x_j \le b_i,\ i=\overline{1,m} \\ &x_i \ge 0,\ j=\overline{1,2} \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

шартни каноатлантирадиган энг кичик кийматини топиш талаб килинган булсин.

Тенгсизликлар системаси (2.2) ни биргаликда деб фараз килсак, бу тенгсизликларнинг хар бири

$a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 = b_i$, $i=1,2$

тугри чизиклар билан, ечимларнинг манфий эмаслик шартлари эса

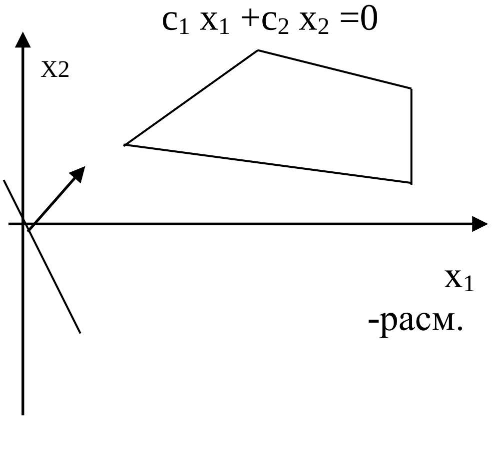
x_j =0, j=1,2 тугри чизиклар билан ярим текисликларни ташкил этади ва бу ярим текисликлар бир-бири билан кесишиб, уринли ечимлар туплами булган бирорта купбурчак ташкил килади.

Максад функция (2.1) Z нинг хар бир кийматида бирорта тугри чизикнинг тенгламасини билдиради, яъни

$c_1\, x_1 + c_2\, x_2 = const$ (2.3)

Хусусий холда Z=0 булса, бу тугри чизик

$c_1\, x_1 + c_2\, x_2 = 0$ (2.4)



-расм.

куринишда булиб, координата бошидан утади.

6.2 Графикда оптимал ечимни топиш Энди куйилган масалани куйидагича баён килиш мумкин: уринли ечимлар туплами булган купбурчакнинг шундай таянч тугри чизикка умумий булган нуктада максад функция (2.4) узининг энг кичик кийматига эришсин. Максад функция **N**=(c_1 ,c_2) вектор йуналиши буйича хамма вакт усувчи булиб,бу вектор (2.4) тугри чизикларга перпендикуляр булади. Шунинг учун, (2.4) тугри чизикни **N** вектор йуналиши буйича узига параллел равишда кучира бошласак, у ABCDEF купбурчакка A ва D нукталарда таянч тугри чизик булади ва максад функция A нуктада энг кичик кийматга эришади.

A нуктанинг координаталари x_1 ва x_2 лар AB ва AF тугри чизикларнинг тенгламаларидан тузилган системани, яъни

$$\left.\begin{aligned} AB &: a_{11}x_1^{(0)} + a_{12}x_2^{(0)} = b_{i1} \\ AF &: a_{21}x_1^{(0)} + a_{22}x_2^{(0)} = b_{i2} \end{aligned}\right\}$$

ни биргаликда ечиш натижасида топилади.

6.3 n та номаълумли m та тенгламалар системасидан иборат чегаравий шартли ч.д. масалалари.

Энди чекланиш шартлари **n** номаълумли **m** та тенгламалар системасидан иборат булган чизикли дастурлаштириш масалаларини график усулда ечиш билан танишамиз.

Биз хозиргача чекланиш шартлари икки номаълумли m та тенгсизликлар системасидан иборат иборат булган чизикли дастурлаштириш масалаларини график усулда ечилишини курдик. Бу усул билан чекланиш шартлари n номаълумли m та тенгламалар системасидан иборат булган чизикли дастурлаштириш масалаларини n – m = 2 булганда хам ечиш мумкин. Хакикатан хам, бизга ушбу

$$Z_{\min} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j , \qquad (2.5)$$

$$\left.\begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1; \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\ & x_j \ge 0,\ j = 1,n, n - m = 2 \end{aligned}\right\} (2.6)$$

чизикли датурлаштириш масаласи берилган булсин. Куриниб турибдики, (2.6)да номаълумлар сони тенгламалар сонидан 2 та купдир, яъни n = m + 2 Шунинг учун, x_1, x_2,..., x_m ларни эрксиз узгарувчилар деб кабул киламиз. (2.6) системани эрксиз узгарувчиларга нисбатан Гаусс усули билан ечсак, куйидагига эга буламиз:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = b_1' - a_{1,m+1}' x_{m+1} - a_{1,m+2}' x_{m+2}, \\ x_2 = b' - a_{2,m+1} x_{m+1} - a_{2,m+2}' x_{m+2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_m = b_m' - a_{m,m+1}' x_{m+1} - a_{m,m+2} x_{m+2} \end{array}\right\} \qquad (2.7\ )$$

Энди (2.7) ни (2.5) га куйсак, максад функциямиз куйидаги

$$Z_{\min} = c'_0 + c'_{m+1} x_{m+1} + c'_{m+2} x_{m+2} \qquad (\ 2.8\ )$$

куринишга келади. Ечимларнинг манфий булмаслик шартлари, яъни $x_j \geq 0$, j= $\overline{1,n}$ ни назарда тутсак (2.7) ни куйидагича ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{array}{l} a_{1,m+1}' x_{m+1} + a_{1,m+2}' x_{m+2} \leq b_1', \\ a_{2,m+1}' x_{m+1} + a_{2,m+2}' x_{m+2} \leq b_2', \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m,m+1}' x_{m+1} + a_{m,m+2}' x_{m+2} \leq b_m' \\ x_{m+1} \geq 0, x_{m+2} \geq 0 \end{array}\right\} \qquad (2.9\ )$$

(2.8) - (2.9) масалани график усулда ечамиз. Чекланиш тенгсизликлари (2.9) ни каноатлантириб, максад функция (2.8) га минимум берувчи оптимал ечим x_{m+1},x_{m+2} ни топиб, (2.6) га куйсак,(2.5) функцияга минимум берувчи x_1, x_2, ... ,x_m ларнинг хам оптимал кийматларини топган буламиз.

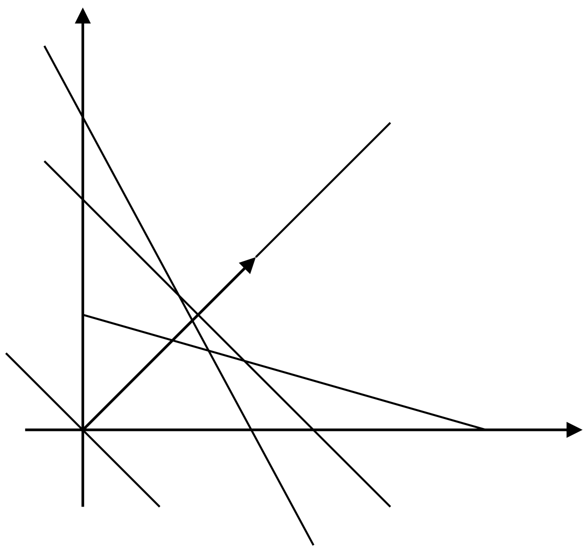
Мисол: $z=4x_1+6x_2$ функциянинг

$$3x_1+x_2\geq 9$$
$$x_1+2x_2\geq 8$$
$$x_1+6x_2\geq 12$$
$$x_1\geq 0\ ,x_2\geq 0$$

чекланишлар системасини каноатлантирадиган минимум киймати топилсин.

L_1:$3x_1+x_2=9$

$L_2: x_1+x_2=8$
$L_3: x_1+6x_2=12$, $x_1=0$, $x_2=0$ чегаравий тугри чизикларни ясаймиз.



чизма-

Бу купбурчак юкоридан чегараланмаган. Купбурчакнинг учки нукталари A,B,C,D нукталарда жойлашган. $4x_1+6x_2=0$ тугри чизик B нуктада чегараланмаган купбурчакка таянч тугри чизигидир.N(4,6) вектор ушбу тугри чизикка нормал вектор булиб,тугри чизикка перпендикуляр жойлашган. B нукта эса L1 ва L2 тугри чизикларнинг кесишиш нуктасидир,унинг координаталари тугри чизикларнинг тенгламаларидан иборат системани ечиб топилади.

$$3x_1+x_2=9$$
$$x_1+2x_2=3$$
$$\mathbf{x}_1=2, x_2=3$$

B(2,3) нуктада функция минимум кийматга эришар экан

$$\mathbf{Z_{min}=4*2+6*3=26}$$

САВОЛЛАР

1 Уринли ечимлар туплами деб нимага айтилади?

2 Чизикли дастурлаштириш масаласи узининг оптимал ечимига кайси нуктада эришади?

3 Чизикли дастурлаштириш масалаларини качон график усулда ечиш мумкин?

4.Нормал вектор деб нимага айтилади?

5.Ч.Д.масаласи качон максимумга эга булмайди?

6.Ч.Д.масаласи качон минимумга эга булмайди?

7.Учки нукталар координаталари кандай топилади?

8.Таянч тугри чизик нима?

9.Качон ч.д.масаласи ечими йук дейилади?

10.Уринли ечимлар туплами кандай туплам?

7-Маъруза. Симплекс усул.

РЕЖА.

7.1. Симплекс усулда ечиш мумкин булган дастурлаштириш масалалри синфи.

7.2.Симплекс усулнинг бирринчи кадами.

7.3.Топилган ечимни оптималликка текшириш.

7.4.Такрорланувчи кадам.

7.5.Симплекс усулни бажариш жараёни.

7.6.Мисол.

Адабиётлар 1,3,5,7,8,13

Таянч иборалар. Базис номаълум,эркли номаълум,оптимал ечим,кушимча номаълум.

7.1. Симплекс усулда ечиш мумкин булган дастурлаштириш масалалри синфи.

Чизикли дастурлаштириш масалалрида чекланишлар системаси факат тенгламалардан иборат булганда симплекс усулда ечиш мумкин.

Агар чекланишлар системасида

$a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n \le b_1$ ($\ge$ b_1) тенгсизлик катнашаетган булса мусбат кушимча номаълум $x_{n+1} \ge 0$ ни кушиб (айириб) тенглама куринишига олиб келиш мумкин.

Куйдаги чизикли дастурлаштириш масалалси берилган булсин.

$$Z=c_1x_1+c_2x_2+...+c_nx_n \rightarrow min \qquad (1)$$

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n=b_2 \qquad (2) \\ .... \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{mn}x_n=b_m \\ \quad x_i \geq 0 \quad i=1,n \end{array}$$

(2) тенгламалар системасини $x_1,x_2,...,x_n$ ларга нисбатан шундай ечиб оламизки тенгликнинг чап томонида катнашган номаълумлар унг томонда катнашмасин ва озод хадлари доимо мусбат булсин.

$$\begin{array}{l} x_1=b^1{}_1- (a^1{}_{1m+1}x_{m+1}+a^1{}_{1m+2}x_{m+2}+...+a^1{}_{1n}x_n) \\ x_2=b^1{}_2-(a^1{}_{2m+1}x_{m+1}+a^1{}_{2m+2}x_{m+2}+...+a^1{}_{2n}x_n) \ (3) \\ .... \\ x_m=b_m-(a^1{}_{mm+1}x_{m+1}+a_{mm+2}x_{m+2}+...+a^1{}_{mn}x_n) \end{array}$$

7.2.Симплекс усулнинг бирринчи кадами.

(3) нинг чап томонидаги $x_1,x_2,...,x_m$ номаълумлар туплами чизикли дастурлаштириш масаласининг базиси дейилади ва у

Б=$\{x_1,x_2,...,x_m,0,0,...,0\}$ куринишда белгиланади, $x_1,x_2,...,x_m$ лар базис номаълумлар $x_{m+1},x_{m+2},...,x_n$ лар эса озод номаълумлар дейилади.(3)ни (1)га олиб ориб куйсак

$Z=C_0{}'$-(

$x_{m+1}=x_{m+2}=...=x_n=0$, кийматлар берсак, (3) дан $x_1=b'_1 \geq 0$, $x_2=b'_2 \geq 0$, $x_m=b'_m \geq 0$ ни хосил киламиз. Шундай килиб базис ечим деб аталган ушбу

$$Б_1= \{ b_1,b_2,...,b_m,0,0,...,0\} \qquad (5)$$

уринли ечим хосил булади.Zнинг бу ечимдаги киймати куйидагига тенг

$$Z\ (Б_1)=C'_o$$

7.3.Топилган ечимни оптималликка текшириш.

Бу масалада икки хол руй бериши мумкин.

I (4) да хамма $c'_{m+1},c'_{m+2},...,c'_n$ сонлар манфий, у холда

$x_{m+1}=x_{m+2}=...=x_n=0$ шартда $Z\ (Б_1)=C'_o$ минимум кийматга эришади, яъни (S) базис ечим оптимал ечим булади, чунки бирор $c'_j<0$ ва $x_j \geq 0$ учун $c_jx_j>0$ булади. Демак $Z=c'_o-c'_jx_j>c'_o$ булади.

II (4) даги c_{m+1}, c_{m+2},..., c_n сонлар орасида мусбатлари бор.Масалан, $c_j>0$ дейлик у вактда $x_{m+1}=x_{m+2}=...=x_{j-1}=x_{j+1}=...=x_n=0$, $x_j\geq 0$ деб олиб, x_j нинг кийматини орттира бориш хисобига

$Z=c'_o c'_j x_j$ нинг кийматини камайтириш мумкин. Бу холда (3) дан келиб чикадиган куйидаги

$$\begin{aligned} x_1&=b'_1-a'_{1j}x_j \\ x_2&=b'_2-a'_{2j}x_j \\ &\dots\dots\dots\dots \\ x_m&=b_m-a'_{mj}\,x_j \end{aligned} \qquad (6)$$

тенгламалардаги $x_1,x_2,...,x_m$ ларнинг бирортаси хам манфий булмаслиги керак.

Бу ерда хам 2 хол руй беради а) (6) да a'_{1j}, a'_{2j}, ..., a'_{mj} сонларнинг хаммаси мусбат эмас. $x_j\geq 0$ учун $a'_{kj}x_j\geq 0$ $(k=1,m)$ булганидан $x_k=b'_k-a'_{kj}x_j \geq b'_k>0$ дир.

Демак, $Z=c'_o -c'_j x_j$ да $c'_j>0$ ва $x_j\geq 0$ булгани учун x_jни чексиз орттира бориш билан $\min z =-\infty$ га эга буламиз. Бундан эса, максад функция Z минимумга эришмаслиги келиб чикади.

7.4.Такрорланувчи кадам.

б) (6) даги a'_{1j}, a'_{2j},..., a'_{mj} сонлар орасида мусбатлари бор. Масалан, $a'_{kj}>0$ булсин. У холда $x_k=b'_k-a'_{kj}x_j$ да x_j га b'_k/a'_{kj} дан катта киймат бериш мумкин эмас, акс холда $x_k<0$ булиб колади. Бунда $b_k'/a'_{kj}\geq 0$ эканлиги равшан. Бундай касрлар a'_{kj} орасида энг кичик b_i/a_{ij} булиб, a'_{ij} сон хал килувчи элементдир. Кискалик учун $b_i/a_{ij}=p$ белгилаш киритамиз. (6) да x_i ни p - гача орттира оламиз, акс холда $x_i<0$ булишини курдик. Озод ноъмалумларга .

(Z) $x_{m+1}=x_{m+2}=...=x_{j-1}=x_{j+1}=...=x_{n=0}$, $x_j=p$ (7) кийматларни бериб, базис номаълумларни куйдагича аниклаймиз.

$$\begin{aligned} x_1&=b'_1-a'_1p \\ x_2&=b'_2-a'_2p \\ &\dots\dots\dots\dots \\ (8)\qquad x_i&=b'_i-a'_{ij}p \\ &\dots\dots\dots\dots \\ x_m&=b'_{jn}-a'_{mj}p \end{aligned}$$

Энди янги $Б_2$ базисга утамиз:

$$Б_2=\{x_1,x_2,..., x_i,..., 0,0,..., 0\}$$

Бу базис ечим (7) ва (8) дан тузилади ва унга мос $Z(Б_2)$ нинг киймати куйидагига тенг булади;

$$Z=(Б_2)=c'_o-c'_j \leq Z\,(Б_1)\,,\; c'_j>0$$

Энди (3) система ва максад функция (4) ни янги базис $Б_2$ га мослаб езамиз.

Бунинг учун (3) даги

$$x_i=b'_i-(a'_{im+1}x_{m+1}+...+a'_{ij}x_j+...+a'_{in}x_n)$$

тенгламани x_j-га нисбатан ечамиз.

$$x_j=b'/a_{ij}-(a'_{im+1}/a'_{ij}\ x_{m+1}+a'_{im+2}/a'_{ij}+...+1/a'_{ij}\ x_i+...+a'_{in}/a'_{ij}\ x_n)$$

ва бу ифодани (3) нинг колган тенгламаларига куямиз. Хосил булган янги системани куйдаги куринишда езамиз.

$$x_1=b''_1-(a''_{1m+1}x_{m+1}+a''_{1m+2}x_{m+2}+...+a''_{1i}x_i+...+a''_{1n}x_n)$$
$$x_2=b''_2-(a''_{2m+1}x_{m+1}+a''_{2m+2}x_{m+2}+...+a''_{2i}x_2+...+a''_{2m}x_n)$$

(4) ....

$$x_j=b''_j\ (a''_{jm+1}x_{m+1}+...+a''_{jn}x_n)$$
$$x_m=b''_m-(a''_{mm+1}x_{m+1}+a''_{mm+2}x_{mm+2}+...+a''_{mn}\ x_n)$$

Бу базиснинг ифодаларини (4) га куйиб, уни куйидаги куринишга келтирамиз

$$Z=c''_o-(c''_{m+1}x_{m+1}+c'_{m+2}x_{m+2}+...+c''_jx_j+...+c''_nx_n)$$

Шу билан процесснинг биринчи боскичи тугади.

Кейинги боскич, яна шу боскични такрорлашдан иборат.

7.5.Симплекс усулни бажариш жараёни.

Шундай килиб симплекс учул куйидаги процессни ифодалайди:

1. Чекланишли тенгламалари системаси (2) ни (3) куринишга, максад функция (1) ни эса (4) куринишга келтирамиз.

2. Агар (4) да барча c'_{m+1},c'_{m+2},c'_n коэффициентлар манфий булса, $Б_1$ базис нинг $\{b'_1,b'_2,...,b'_m,0,0,...,0\}$ ечими оптимал булиб, бу ечимда $Z(Б)=c'_o$ минимумга эришади.

3. (4) да $c'_{m+1},c'_{m+2},...,c'_n$ лар орасида мусбатлари мавжуд, маслан $c'_j>0$ десак, $x_{m+1}=x_{m+2}=...=x_{j-1}=x_{j+1}=...=x_n=0$ $x_j>0$ кийматларда (3) система (6) куринишни олади. Агар (6) да барча коэффициентлар мусбат булмаган min $z=-\infty$ келаб чикади, яъни z функция минимумга эришмайди.

4. (6) даги a_{kj} $k=1,m$ коэффициентларнинг мусбатлари мавжуд, яъни $a'_{2j}>0$ десак, b'_r/a'_{rj} сонлар орасидаги энг кичиги булган b'_i/a'_{ij} оламиз. (3) системанинг x_i га нисбатан езилган тенгламасидан x_i ни аниклаб, (3) системани янги $Б_2=\{x_1,x_2,...,x_i,...,x_m,0,...,0\}$ базис ечимга нисбатан езиб 0 ни хосил киламиз, максад функция (4) ни эса (10) куринишда ифодалаймиз. Янги ноъмалумлар $x_1,x_2,...,x_{j-1}, x_i,x_{j+1},...,x_n$ дан иборат булади.

Мисол. Ушбу

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3=19 \\ 2x_1+x_2+x_4=13 \\ 3x_2+x_5=15 \\ 3x_1+x_6=18 \end{cases} \qquad (1)$$

системанинг мусбат ечимлари орасидан

(2) $Z=-7x_1-5x_2$ функцияга минимум берувчи ечимини топинг.

Ечиш. Системани x_3,x_4,x_5 ва x_6 номаълумларга нисбатан ечамиз, яъни

$$\begin{cases} x_3=19-2x_1-3x_2 \\ x_4=13-x_2-2x_1 \\ x_5=15-3x_2 \\ x_6=18-3x_1 \end{cases} \qquad (3)$$

Бу ерда x_3,x_4,x_5,x_6 лар базис $x_1=x_2=0$ да $x_3=19$, $x_4=13$, $x_5=15$, $x_6=18$ келиб чикади. Шундай килиб, базис деб аталган куйидаги

$$Б_1=\{0,0,19,13,15,18\}$$

уринли ечимга эга буламиз. $Z=-(7x_1+5x_2)$

(2) функциянинг бу ечимга мос киймати

$$Z(Б_1) =-7\cdot 0-5\cdot 0=0; \text{ булади.}$$

(2) дан Куриниб турибдики x_1 ва x_2 нинг кийматлари ошиши билан Z - камаяди. Яна (2) дан $5x_2$ га нисбатан $7x_1$ да Z тезрок камайишини курамиз. Шу сабабли $x_2=0$ $x_1>0$ деб олиб x_1га $x_1=6$ киймат берамиз (чунки $x_6\geq 0$ $18-3x\leq 0$ $x_1\leq 6$) $x_1>6$ булганда $x_3>0$, $x_4>0$, $x_5>0$ ва $x_6<0,x_2=0$, $x_1=6$ да $x_3>0$, $x_4>0$, $x_5>0$ ва $x_6=0$ булади

Энди янги x_1,x_3,x_4,x_5 базисга утиш кулай булиб x_1,x_3,x_4,x_5 - га нисбатан ечамиз.

$$\begin{cases} x_1=6-1/3x_6 \\ x_3=7+2/3\, x_6-3x_2 \\ x_4=1+2/3\, x_6-x_2 \\ x_5=15-3x_2 \end{cases} \qquad (4)$$

(2) -Z-нинг бунга мос ифодаси

$$Z=-42+7/3\, x_6-5x_2 \qquad (5)$$

$x_6=0$, $x_2=0$ булганда куйдаги уринли ечимга эга буламиз

$$Б_2\{6,0,7,1,15,0\}$$

базис ечим бунда

$$Z\ (Б_1)= -42 < Z\ (Б_1)$$

Лекин Z функция x_2- ошиши билан камаяди.

x_6- ошиши билан ошади. Шунинг учун $x_6=0$ ва $0<x_2\leq 1$ деб оламиз чунки $x_2>1$ да $x_4<0$ булади

x_1,x_2,x_3,x_5- базисга утиш учун ушбу системани хосил киламиз.

$$(6) \qquad \begin{cases} x_1=6-1/3\, x_6 \\ x_2=1+2/3\, x_6-x_4 \\ x_3=7+2/3\, x_6-3(1+2/3x_6-x_4)=4-4/3x_6+3x_4 \\ x_5=15-3(1+2/3x_6-x_4)=12-2x_6+3x_4 \end{cases}$$

Бунинг иккинчи тенгламасини $Z=-42+7/3x_6-5x_2$ га олиб бориб куйсак куйидагига эга буламиз

$$Z=-47+5x_4-x_6 \qquad (7)$$

$x_4=0$, $x_6=0$ булганда янги базис ечим

$$Б_3=\{6,1,4,0,15,0\}$$

ни хосил киламиз. Бу ечимда

$$Z\ (Б_3)=-47$$

Энди (7) эътибор берсак , x_6 ортганда Z нинг камайишини курамиз. Бирок $x_4=0$ да $x_1\geq0$, $x_2\geq0$, $x_3\geq0$, $x_5\geq0$ шартлар бузулмаслиги учун (6) дан x_6ни 3 гача ортиришимиз мумкин $x_6>3$ булса $x_3<0$ $x_6=3$ да $x_3=0$ булади.

x_1,x_2,x_5,x_6 базисга утиш учун (6) дан ушбу тенгликни хосил киламиз.

$x_6=3+9/4\ x_4-3/4x_3$

$$\begin{cases} x_1=5-3/4\ x_4+1/4x_3 \\ x_2=3+3/2\ x_4-3/4x_4 \\ x_5=6-3/2\ \ x_4-3/2x_3 \end{cases}$$

Бу ифодани (7) га куйсак

$$Z=-47+5x_4-3-9/4x_4+3/4\ x_3=-50+3/4x_3+11/4x_4$$

$x_3=0$, $x_4=0$ булганда $Б_4=\{5,3,0,0,6,3\}$

Бу ечимда Z нинг киймати

$Z(Б_4)=-50$ x_3 ва x_4 ларнинг коэффициентлари $Z(Б_n)=-50$ оптимал ечим экан.

Саволлар.

1.Симплекс усулда кандай дастурлаштириш масалалари ечилади?
2.Базис номаълумлар деб кандай номаълумлага айтилади?
3.Эркли номаълумлар деб кандай номаълумларга айтилади?
4.Качон симплекс усулда ечилаётган масаланинг ечими йук деб айтилади?
5.Симплекс усулда ечиш качонгача давом этади?
6.Симплекс усулда качон минимумга эришилган дейилади?
7.Симплекс усулда качон максимумга эришилган дейилади?
8Симплекс усулнинг мураккаблик томонлари нимада?
9.Киритилган кушимча номаълум кандай маънога эга?
10.Озод хадлар манфий булаши мумкинми?

8-Маъруза.
ЧИЗИКЛИ ДАСТУРЛАШТИРИШНИНГ СИМПЛЕКС ЖАДВАЛ УСУЛИ

РЕЖА

8.1 Симплекс усулда ечиш мумкин булган масалалар синфи
8.2Симплекс жадвални тузиб олиш.

8.3Кейинги жадвалга утиш.
8.4Оптимал ечимни топиш.
8.5Мисол.

Адабиётлар 1,3,5,6,7,8
Таянч иборалар. Базис, бош элемент,хал килувчи устун, хал килувчи сатр, эркли номаълум, кушимча номаълум, максимум, минимум,оптимал режа.

8.1 Симплекс усулда ечиш мумкин булган масалалар синфи.

Чизикли дастурлаштиришнинг умумий масаласи берилган булсин. $x_1,...,x_2,\dots,x_n$ узгарувчиларнинг шундай кийматларини топайликки,

$$F = c_1x_1+c_2\, x_2 + ... +c_n\, x_n = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \qquad (1)$$

функция энг катта (максимум ёки минимум) кийматга эга ва бунда куйидаги шартлар бажарилсин:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+ ... +a_{1n}x_n \le b_1 \\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+ ... +a_{2n}x_n \le b_2 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (2) \\ &a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+ ... +Q_{mn}x_n \le b_m \end{aligned}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, ... , x_n \ge 0. \qquad (3)$$

Маълумки, чизикли дастурлаштиришнинг умумий масаласи тенгламалар системаси оркали ифодаланган эди. Шунинг учун (2) ни янги узгарувчилар киритиш йули билан тенглик шаклида ифодалаймиз:

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n+ x_{n+1}=b_1$$

(4) тенгламалар системасини (1) ва (3) шартлар бажарилганда ечимларини топиш учун дастлабки симплекс жадвални (1-жадвал) тузамиз.

8.2Симплекс жадвални тузиб олиш.

Бу жадвал куйидаги кетма-кетликка буйсунади.

1.Дастлабки симплекс жадвал vуйидагича тузилади:

а) "базис" устунида факатгина бирлик матрицани ташкил этувчи узгарувчилар ёзилади;

б) мос равишда узгарувчилардан олдин ёзилган c_j сони шартли равишда максад функциясидаги x_j узгарувчиларнинг коэффицентлари дейилади;

в) "режа" устунидаги элементлар (4) тенгламалар системасининг озод хадлари билан мос тушади. Шунинг учун базисга кирмаган узгарувчилар $x_1=x_2 = ... x_n= 0$ булиб, $x_{n+1}=b_1, x_{n+2}=b_2,\ldots, x_{n+m}=b_m$, каби булади.

Булар базисга кирмаган ечимдаги хар бир х нинг кийматлари оркали аникланади;

г) жадвалнинг колган элементлари (4) тенгламалар системасининг коэффициентларига тенг булади;

д) режа устунининг (m+1) - каторига чизикли формадаги максад функциясининг киймати ёзилади.Бу киймат берилган таянч режа оркали топилади.

Z_0 нинг киймати куйидагича топилади:

$$Z_0=\sum_{i=1}^{n} c_i a_{ij}, (j=\overline{1,m}); \qquad (13)$$

$C_i= 0$ булганда $z_0 = 0$ булади.

Z_j нинг киймати с векторнинг x_j га скаляр купайтмаси оркали топилади:

$$z_j=\sum_{ш=1}^{m} c_i \, a_{ij}, \quad (j =\overline{1,m}) \qquad (14)$$

е) (m+1) каторнинг 1 дан бошлаб k гача хамма j элементлари куйидагича топилади:

$$z_j-c_j=(c_{n+1}a_{1j}+c_{n+2}a_{2j}+...+c_{n+2}a_{ij}+...+c_{n+m}a_{mj}) -c_j \qquad (15)$$

$z_j=0$ Агар $x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_{n+m}$ узгарувчилар максад функциясида "нол" коэффициентлар билан катнашса булса, $z_j-c_j=-c_j$ тенглик хамма $j = \overline{1,m}$ лар учун уринли булади.

8.3Кейинги жадвалга утиш 2. Дастлабки таянч режанинг оптималлиги текширилади. Агар (m+1) каторда манфий сонлар булмаса,яъни хамма $j=\overline{1,m}$ лар учун

$$z_j-c_j \geq 0 \qquad (16)$$

шарт бажарилса, режа оптимал хисобланади. Агар (m+1) каторнинг хеч булмаганда биронта элементи манфий булиб, унга мос келадиган устунда хеч булмаса битта мусбат коэффициент мавжуд булса, максад функциянинг киймати каттарок булган бошка таянч режа мавжуд эканлигини билдиради.

3. Агар (m+1) каторда бир канча манфий сонлар мавжуд булса, аввало бу манфий сонлардан базисга киргани ажратиб олинади.

Бунинг учун (m+1) - катордаги абсолют киймат жихатидан энг катта манфий сон танлаб олинади. Агар бундай сонлар бир нечта булса ва улардан кайси бири максад функциясини энг катта кийматга интилтирса, шу манфий сон танлаб олинади.

Умуман олганда (m+1) - катордаги манфий сонлар киймат жихатидан фаркланади. Шунинг учун режага максад функциясини энг катта кийматга эриштирадиган узгарувчи киритилади. Бу эса дастлабки таянч режани оптимал режага утказиш боскичларини камайтиради**.**

4. Фараз килайлик, $.a_{ij}$ узгарувчи базисга киритилсин. Бунинг учун базисдан кайси узгарувчи чикиб кетишини аниклаш керак.

Ушбу

$$\frac{b_1}{a_{1j}}, \frac{b_2}{a_{2j}},..., \frac{b_i}{a_{ij}},..., \frac{b_m}{a_{mj}} \qquad (17)$$

нисбатлардан энг кичиги базисдан чикиб кетадиган узгарувчининг каторини курсатади. Фараз килайлик бу катор i катор булсин. Шунинг учун x_j узгарувчи базисдаги x_{n+j} узгарувчининг урнини олади. a_{ij} коэффициент бош элемент булади.

5. x_j киритилган катор ёрдамида янги симплекс жадвал тузилади. Хал килувчи i катор элементлар ёрдамида куйидагилар хисобланади:

$$a'_{ir} = \frac{a_{ir}}{a_{ij}}, b'_i = \frac{b_i}{a_{ij}} (r = \overline{1,n}). \qquad (18)$$

6. Матрицанинг колган барча элементлари коэффициентлари хам куйидаги формула ёрдамида аникланади:

$$a'_{pr} = a_{pr} - a_{pj} \cdot a_{pj} \cdot a'_{ir} \qquad (19)$$

7. Агар хал килувчи катор (ёки устун) да нолли элементлар булса, мос равишда шу катор (устун) янги жадвалга узгаришсиз кучирилади.

8. Янги вариант хисоблашлари тамом булгандан сунг яна (m+1)-катор анализ килинади ва юкоридаги жараён 2-кетма-кетликдан бошлаб такрорланади.

8.4Оптимал ечимни топиш.

Базисга кирмай колган каторга нолга тенг булган айрим узгарувчилар оптимал режада булиши мумкин. Бундай холларда оддий усуллар ёрдамида шу узгарувчини базисга киритиб янги режани хосил килиш мумкин. Агар иккита ёки бир нечта оптимал режалар мавжуд булса, улардан хохлаган биттасини оптимал режа деб кабул килиш мумкин.

Шуни эслатиб утиш керакки, агар $\frac{b_i}{a_{ij}}$ нисбатларнинг энг кичиги бир нечта булса, у холда уларнинг ичидан уз хал килувчи элементига кура кейинги устун элементлари энг кичиг нисбатда булган катор танланади. Агар яна бир хил энг кичиг нисбатлар мавжуд булса, унда $\frac{b_i}{a_{ij}} \frac{b_i}{a_{ij}}$ ларнинг энг кичигидан факат биттасини олиб, шу жараенни яна такрорлаш керак.

Чизикли дастурлаштириш масаласини ечимини Симплекс усули билан топиш бир неча боскичдан иборат эканлигини биз юкорида куриб утдик. Бу усулнинг асосий кийинчилиги хар бир боскичда янги базисга нисбатан максад функция ва чекланиш шартларини кайтадан езиб чикишдан иборатдир. Агар шу боскичларнинг хаммаси Симплекс жадваллар ердамида бажарилса чизикли дастурлаштириш масаласини симплекс усулда ечиш анча осонлашади.

Мисол. Ушбу

$$
\begin{aligned}
&x_1+x_2-2x_5=1\\
&x_2-2x_4+x_5=2 \qquad (1)\\
&x_3+3x_4+x_5=3
\end{aligned}
$$

Системанинг манфий булмаган ечимлари орасидан

$Z=0+x_4-x_5$ (2) функцияга минимум киймат берувчи ечимини топинг.

Ечиш. Жадвал тузиш учун (1) ва (2) ни

$$
\begin{aligned}
&x_1+x_4-2x_5=1\\
&x_2-2x_4+x_5=2\\
&x_3+3x_4+x_5=3\\
&z-x_4+x_5=0
\end{aligned}
$$

куринишда езиб оламиз.

(1) системани x_1,x_2,x_3 га нисбатан осонгина ечиш мумкин. Шунинг учун бу номаълумларни системанинг базис номаълумлари деб кабул киламиз.

Базис номаълумлар x_1,x_2,x_3 ва z ларни жадвалнинг 1 чи устунига, озод хадларни 2 чи устунига, x_1 нинг коэффициентларини 3 чи устунга ва x_o,x_5 нинг коэффициентларини охирги устунга езиб куйидаги 1 жадвалга эга булади.

Базис номаълум.	Эркли $-x_4$	Номаълумлар $-x_5$	Озод хадлар
X_1	1	-2	1
X_2	-2	1	2
X_3	3	1	3
Z	-1	1	0

Минимумни (максимумни) топиш талаб этилаетганлиги учун Z сатрдаги мусбат (манфий) коэффициентлардан абсолют киймат жихатидан энг каттасини танлаб оламиз. Бизнинг мисолимизда x_5 устундаги 1 сони булади. Озод хадлар устунидаги коэффициентлари шу устундаги мос мусбат коэффициентлар булган нисбатини энг кичигини танлаб оламиз.

$$\min \{ 2/1;3/1\} =2$$

Шу устунни хал килувчи устун килиб оламиз. Хал килувчи устун ва сатр кесишмасида турган элемент бош элемент дейилади. Кейинги жадвал куйидаги тартибда тулдирилади.

1) x_2 ва x_5 ларнинг урни алмаштириб езилади.

2) Бош элемент узига тескари микдор билан алмаштирилади.

3) Хал килувчи устун бош элементга булиниб тескари ишора билан езилади.

4) Хал килувчи сатр элементлари бош элементга булиб езилади.

5) Колган барча элементлар туртбурчак формуласи билан топилади.

2 - жадвал.

Базис номаълумлар	Эркли $-x_4$	Номаълумлар $-x_2$	Озод хадлар
X_1	-3	2	5
X_5	-2	1	2
X_3	5	-1	1
Z	1	-1	-2

Z сатрдаги барча коэффициентлар манфий (мусбат) чикса оптимал ечим топилган булади,аммо жадвалнинг бу сатрида 1 мусбат коэффициент бор.

$$\min \{1/5\} =1/5$$

3 - жадвал.

Базис номаълумлар	Эркли $-x_3$	Номаълумлар $-x_2$	Озод хадлар
X_1	-0,6	2,6	4,4
X_5	0,4	0,6	2,4
X_4	0,2	-0,2	0,2
Z	0,2	0,8	-2,2

Бу жадвалда оптимал режа топилди. x_1=4,4, x_5=2,4, x_4=0,2, x_3=x_2=0 да Z_{min}= -2,2 булади.

Саволлар.

1.Бош элемент кандай танлаб олинади?

2.Хал килувчи устун кандай танлаб олинади?

3.Хал килувчи сатр элементлари кандай топилади?
4.Симплекс жадвал усулида качон масала оптимал ечимга эришган дейилади?
5.Качон масаланинг *max(min)* киймати йук деб айтилади?
6.Жадвалда озод хад манфий булиши мумкинми?
7.Эркли номаълумлар кандай кийматга эга булади?
8.Базис номаълумлар киймати кандай топилади?
9.Максад функциянинг киймати нимага тенг булади?
10.Качон масаланинг ечими йук дейилади?

9-Маъруза. Сунъий номаълумлар усули (М – симплекс усули)

Режа:

9.1.Сунъий ноаълумлар усули билан ечиладиган масалалар синфи.
9.2.Сунъий номаълум киритиш.
9.3.Симплекс жадвал тузиб олиш.
9.4.Сунъий номаълумларни йукотиш.
9.5.Озука рациони масаласи.
9.6.Масаланинг ечимини иктисодий тахлил килиш.

Адабиётлар 1,7,14

Таянч ибралар. Сунъий номаълумлар, М-сони. Реал коэфициентлар,М-ли коэфициентлар.

9.1.Сунъий ноаълумлар усули билан ечиладиган масалалар синфи.

Биз илгари **хамма чегара шартлари « ≤ » куринишида булган масалаларни ечилиш жараенини куриб утдик.**Чизикли дастурлаштириш масалалари чегара шартларида учрайдиган катта еки тенг куринишларида булиб , базис номаьлумни ажратиб олиш кийин булган масалаларни ечиш усулини куриб чикамиз.

Чекланишлар системаси ≥ тенгсизликлардан иборат булганда тенгламага айлантириш учун кушимча номаьлумлар „-” ишора билан киритилади. Бу номаълумни базис килиб олсак унг томондаги озод номаълум манфий булиб колади. Бу деган суз масаланинг ечими манфий булади, бу эса масаланинг иктисодий маьносига тугри келмайди.

9.2.Сунъий номаълум киритиш. Бундай холатдан кутулиш учун чегара шартлари системасидаги манфий ишорали кушимча номаълум булган тенгламаларга мусбат ишора билан сунъий номаълумлар киритамиз ва буларни V_1, V_2 , …, Vn лар билан белгилаб оламиз. Бу номаълумлар хам максад функцияга киритилади, лекин булар ечимга кирмаслиги учун, уларнинг коэфициентларига шундай катта киймат бериладики, масаланинг ечилиши жараенида солиштириладиган хар кандай сондан хам катта булсин.

Бундай талабнинг куйилиши сунъий номаълумлар дастурдан чикарилиб оптимал ечимга кирмаслигини ва иктисодий маъносининг бузилмаслигини таъминлайди . булар оптимал дастурнинг топилишини енгиллаштиради холос. Сунъий номаълумларнинг коэффициентлари максад функцияга M– белгиси билан киритилади. Агар куйилган масала максимумга ечилса M – сони максад функцияга манфий ишора билан минимумга ечилганда эса мусбат ишора билан киритилади.Максад функциядаги сунъий номаълумлардан кутилиш учун чекланишлар системасини V1 , V2., V3. … ларга нисбатан ечиб олиб максад функцияга олиб бориб куямиз Сунъий номаълумлар ва M – сони оддий иктисодий маънога эга V1, V2, V3 … лар ресурсларнинг бир кисми M – эса ресурсларнинг етишмаслиги сабабли ишлаб чикаришнинг камайишини, самарадорликнинг пасайишини билиради .

9.3.Симплекс жадвал тузиб олиш.

Масалани симплекс жадвал ердамида ечамиз. Жадвалнинг m – 1 каторида номаълумларнинг реал коэффициентлари m – 2 каторда эса M – коэффициентлари жойлашади . Бу жадвал хам оддий симплекс жадвалдек ечилади факат олдин M – микдорни чикаришимиз керак . Хал килувчи устунни m – 2 катордаги мусбат(максимум) , манфий (минимум) сонлар ичидан абсалют киймати жихатидан энг каттасига караб танлаб олинади. Агар икки ва ундан ортик устунда бир хил катта сон мавжуд булса у холда хал килувчи устунни ушбу устунларнинг m – 1 каторидаги абсалют киймати жихатидан энг кичиги (максимум), каттаси (минимум) турган устун танланади. Шу устундаги эркли номаълум баъзисга киритилади ва алмашиши керак булган сунъий номаълум ташлаб юборилади.Шу тарика базисдан сунъий номаълумлар йукотилади.

9.4.Сунъий номаълумларни йукотиш .

m – 2 сатр элементлари ердамида хал килувчи устунни танлаш давом эттирилади токи биринчидан базисдаги сунъий номаълумлар йуколгунча, иккинчидан базисда сунъий номаълумлар булган холда m – 2 каторда(минимум) бирорта хам мусбат, (максимум) бирорта хам манфий ишорали элемент колмагунча.

Биринчи холатда базисдан сунъий номаълумлар йукотилиши билан бирвактда m – 2 катордаги хамма элементлар 0 га айланади. Бундай ечимни биз бошлангич ,яьни таянч режа деб олиб оптимал ечимини топишга киришамиз.

Иккинчи холатда эса масала ечимга эга булмайди .

9.5.Озука рациони масаласи. Хужаликда ем хашакдан омухта .силос, сомон , пичан.сенаж ва лавлаги бор булсин. Бу ем – хашаклардан огирлиги 500кг, кундалик сути 12 литр, сутнинг еглилиги 3.8фоиз булган согин сигирга рацион тузиш талаб килинсинки, бу рацион сигирнинг озука моддаларга булган талабини каноатлантирсин, шу билан бирга таннархи энг арзон булсин. Согин сигир бундай махсулдорликни саклаб туриши учун бир кунда камида 10.6 озука бирлиги ,1060 гр хазм буладиган протейн хамда 450 мгр каротин берилиши керак булади колган озука моддаларни эса кушимча равишда бериш кузда тутилади.

Хужаликда 1кг ем- хашакнинг таннархи омухта 19 сум,пичан10сум,сомон 3сум, силос 5сум, сенаж 7сум, лавлаги 4 сумни ташкил этсин.

Бу ем- хашаклар таркибида куйидаги туйимли моддалар сакланган булсин .

	озука бирлиги кг	хазм буладиган протеин,гр	каротин, мгр
омухта	1.1	73	6.8
пичан	0.46	43	12
сомон	0.31	17	2
силос	0.2	14	20
сенаж	0.35	71	40
лавлаги	0.12	9	0.1

Бу масалада туйимлилиги жихатидан бир хил булган озука рационини ем – хашакнинг хар – хил богланишида тузиш мумкин . Бунинг учун куплаб вариантдаги рацион тузиш имкониятидан оптимал рационни топиш талаб килинади .Фараз килайлик озука рационига x1 омухта, x2 кг пичан, x3 кг сомон, x4 кг силос , x5 кг сенаж ва x6 кг озука лавлагиси киритилади деб, у холда рацион таркибида нормативдан кам булмаган туйимли моддалар булсин деган талабни куидагича езиш мумкин .

$$\begin{cases} 1.1\,x1+0.46x2+0.31\,x3+0.2x4+0.35x5+0.12x6\geq 10.6 \\ 73x1+43x2+17x3+14x4+71x5+9x6\geq 1060 \\ \end{cases}$$

$$6.8x1 + 12x2 + 2x3 + 20x4 + 40\ x5 + 0.1\ x6 \geq 475$$

Номаълумларнинг манфий булмаслик шарти куйилган булсин.

$$X1 \geq 0\ ; \quad X2 \geq 0\ ; \quad x3 \geq 0\ ; \quad X4 \geq 0\ ; \quad X5 \geq 0\ ; \quad X6 \geq 0 \quad ; \quad (2)$$

Масаланинг максади эса, куйидаги чизикли функцияни минимал кийматини топишдир:

$$Z = 19\ X1 + 10\ X2 + 3X3 + 5X4 + 7X5 + 4X6 \rightarrow \min \ (3)$$

Бу масалани ечиш учун чегара шартлари системасини (1) , кушимча номалумлар $X7 \geq 0$; $X8 \geq 0$; $X9 \geq 0$ киритиш йули билан каноник куринишига келтирамиз:

$$\begin{cases} 1.1X1+0.46X2+0.31X3+0.2X4+0.35X5 + 0.12X6 - X7 + 0X8 + 0X9 = 10.6 \\ 73X1 + 43X2 + 17X3 + 14X4 + 71X5 + 9X6 + 0.7X7 + - X8 + 0X9 = 1060 \\ 8X1 +12X2 +2X3 + 2X3 + 20X4 + 40X5 + 0.1X6 + 0X7 + 0X8 - X9 = 475 \end{cases}$$

Бу ерда X7 – рацион таркибидаги озука бирлигининг 10.6 дан ортик кисмини , X8 эса рацион таркибидаги хазм буладиган протейннинг 1060 грамдан ошикча кисмини , X9 номаълум эса рацион таркибидаги каротин микдорининг 475 кг дан ортик кисмини билдиди.

Кушимча номаълумлар олдидаги коэффициентлар -1 , чунки ($\geq$) куринишидаги чегара шартларини каноник куринишига келтириш учун хамма вакт кушимча номаълумлар манфий ишора билан киритилади.

(4) тенгламалар системасидан биринчи тенгламани куйидагича езиб оламиз:

$$10.6 + X7 = 1.1\ X1 + 0.46\ X2 +0.31\ X3 + 0.2X4 +0.35X5 +0.12X6$$

Бу тенгламадан куриниб турибдики . хамма озука турларидаги (омухта, пичан, сомон, силос, сенаж ва лавлаги) озука бирлиги 10.6 + x7 га тенг.

Агар x7 = 0 булса , у холда хамма ем – хашакдан 10.6 га тенг озука бирлиги олинади, агарда, x7 нолдан катта булса , хамма ем – хашакдан 10.6 дан куп озука бирлиги олинади. Бу ерда оддий бошлангич ечими йук ва биринчи симплекс жадвалини тузишда кийинчилик тугилади. Кийинчилик шундаки , (4) тенгламалар системаси учун $x1 = x2 =x3=x4=x5=x6=x=0$ ечим $x7 = - 10.6$; $x8 = - 1060$; $x9 = - 475$ ни беради ва бу ерда $x7< 0$, $x8<0$, $x9< 0$ булиши, масаланинг шарти буйича хеч кандай математик еки иктисодий жихатдан мумкин эмас . Бундай холатдан кутилиш учун чегара шартлари системасидаги манфий ишорали кушимча номаълум булган тенгламаларга (чегара шартларининг бошлангич холатдаги тенглик куринишидаги тенгламаларга хам) мусбат ишора билан суъний номаълумлар киритамиз ва буларни V_1, V_2, V_3 билан белгилаб оламиз. Шуни айтиш керакки , (1) тенгсизликлар системасини тенглик куринишига келтириш учун киритилган кушимча номаъмлар билан бир каторда каралиб , максад функциясига ноль коэффициент билан киритилавди. Суний номалумлар киритилиши натижасида (4) тенгламалар системаси куйидаги куринишни олади.

$$(6)\quad \begin{cases} 1.1x_1 + 0.46x_2 + 0.31x_3 + 0.2x_4 + 0.35x_5 + 0.12x_6 - x_7 + 0x_8 + 0x_9 + \\ + V_1 + 0V_2 + 0V_3 = 10.6 \\ 73x_1 + 43x_2 + 17x_3 + 14x_4 + 71x_5 + 9x_6 + 0x_7 - x_8 + 0x_9 + \\ + 0V_1 + V_2 + 0V_3 = 1060 \\ 6.8x_1 + 12x_2 + 2x_3 + 20x_4 + 40x_5 + 0.1x_6 + 0x_7 + 0x_8 - x_9 + \\ + 0V_1 + 0V_2 + V_3 = 475 \end{cases}$$

номаълумларнинг манфий булмаслик шарти факатгина X – номаълумларга таалукли булмасдан , балки сунъий V_1, V_2, V_3 номаълумларга хам талуклидир .

$X_1 \ge 0$; $X_2 \ge 0$; $X_3 \ge 0$; $X_4 \ge 0$; $X_5 \ge 0$; $X_6 \ge 0$; $X_7 \ge 0$; $X_8 \ge 0$;
$X_9 \ge 0$; $V_1 \ge 0$; $V_2 \ge 0$; $V_3 \ge 0$; (7)

Энди (6) тенгламалар системасидан (7) шартларни каноатлантирадиган ечимни топиш мумкин :

$X_1 = 0$; $X_2 = 0$; $X_3 = 0$; $X_4 = 0$; $X_5 = 0$; $X_6 = 0$; $X_7 = 0$; $X_8 = 0$;
$X_9 = 0$; $V_1 = 10.6$; $V_2 = 1060$; $V_3 = 475$; (8)

Сунъий номаълумлар киритилган масала бошлангич масала учун хам оптимал ечимга эга булишлиги учун , функционалга киритилади. Лекин булар ечимга кирмаслиги учун буларнинг коэффициентларига шундай катта кийматлар бериладики, кайсики масалани ечилиш жараенида солиштириладиган хар кандай сондан хам катта булсин. Бундай талабнинг куйилиши сунъий номаълумлар дастурдан чикарилиб, оптимал ечимга кирмаслиги ва иктисодий маъносининг бузилмаслигини таъминлайди. Булар оптимал дастурнинг топилишини енгиллаштиради холос . Сунъий номаълумларнинг коэффициентлари чизикли функционалга М белгиси билан киритилади. Агар куйилган масала максимумга ечилса , М сони функционалга манфий ишора билан киритилади, минимумга ечилганда эса мусбат ишора билан киритилади .

Сунъий номаълумлар билан масаланинг ечиш усули адабиётларда М -усули номини олган .

М -усули шартли ном , лекин, масалаларни симплекс усули билан ечишда катта ахамиятга эга, функционалга сунъий номаълумлар киритилгандан кейин куйидаги куринишда булади :

$$Z = 19\ X1 + 10\ X2 + 3\ X3 + 5\ X4 + 7\ X5 + 4\ X6 + 0\ X + 0\ X8 + 0\ X9 + \\ +M\ (\ V1 + V2 + \quad V3\ ) \longrightarrow \min \qquad (9)$$

Функционалдаги сунъий номаълумлардан кутилиш учун (6) тенгламалар системасидан V1, V2 , V3 ларни кийматини топамиз ва буларнинг йигиндисини оламиз :

$$V1 = 10.6 – (1.1X1 + 0.46X2 + 0.31\ X3 + 0.2\ X4 + 0.35\ X5 + 0.126) + X7$$
$$V2 = 1060 – (73\ X1 + 43\ X2 + 17\ X3 + 14\ X4 + 71\ X5 + 9\ X6\ ) + X8$$
$$V3 = 475 – (6.8\ X1 + 12\ X2 + 2\ X3 + 20\ X4 + 40\ X5 + 0.1\ X6\ ) + X9$$
$$V1 + V2 + V3 = 1545.6 – (80.9\ X1 + 55.46\ X2 + 19.31\ X3 + 34.2\ X4 + \\ +111.35\ X5 + 9.22\ X6) + X7+X8 +X9\ .$$

Бу топилган кийматни функционалга куйсак куйидагига эга буламиз.

$$Z = 19\ X1 + 10\ X2 + 3\ X3 + 5\ X4 + 7\ X5 + 4\ X6 + M\ [\ 1545.6 — (80.9\ X1 + 55.46\ X2 + 1931\ X3 + 34\ .2\ X4 + 111.35\ X5 + 9.22\ X6\ ) + X7 + X8 + X9\ ] = 1545.6M – [\ (80.9M – 19)X1 + (55{,}46\ M – 10\ )\ X2 + (19\ .\ 31\ M – 3)X3 + (34.2\ M – 5\ )\ X4 + (111.35\ M – 7\ )X5 + (9.22\ M – 4\ )\ X6\ ] + M\ X7 + M\ X8 + M\ X9 \longrightarrow \min\ . \qquad (10)$$

Сунъий номаълумлар ва М сони оддий иктисодий маьнога эга булиб , V1 – озука бирлигининг бир кисми, V2 -- хазм буладиган протейннинг бир кисми булиб , V3-каротиннинг бир кисми, М эса ем – хашакнинг етишмаслиги туфайли етарли озука моддалар билан таъминланмаслигидан сигирларнинг махсулдорлигини пасайишини билдиради. Бу эса хужалик учун шунчалик мухумки , ем- хашаклар билан етарлича таъминлаш учун хужалик хар кандай харажатга розидир.

Бошлангич ечимни , яьни (8) ни ифодалайдиган биринчи симплекс жадвалини тузамиз .

1 – жадвал

				19	10	3	5		4				
	Базис	C J		Х1	Х2	Х3	Х4		Х6		Х8		bj ⁄ aij

[illegible]	V1	M	[illegible]	1,1	0,46	0,31	0,2	[illegible]	0,12	[illegible]	[illegible]		30,28
[illegible]	V2	M	[illegible]	73	43	17	14	[illegible]	9	[illegible]	[illegible]		14,92
[illegible]	V3	M	[illegible]	6,8	12	2	20	[illegible]	0,1	[illegible]	[illegible]		11,87
	m+1		0	-19	-10	-3	-5	-7	-4	0	0	0	
	m+2	1545,	5,6M	80,9M	55,46M	19,31M	34,2M	111,	9,22M	-M	-M	-M	

Бу жадвалга базисга сунъий номаълумлар киритилган , озод сонлар эса bj устунида урин олган , номаълумлар олдидаги коэффициентлар (4) тенгламалар системасидан функционалнинг койфициентлари эса (10) ифодадан олинган . озукалар реал бахога эга , кушимча номаълумлар ноль бахога , сунъий номаълумлар эса М бахога эга булиб , буларни фарк килиш учун икки каторга ёзилган m+1 каторда номаълумларнинг реал бахолари ,m+2 каторда эса М бахолар урин олган.

Бу ерда биз сунъий номаълумлар устунини келтирмадик , чунки коида буйича масаланинг ечилиш жараёнида базисдан чикарилган суньий номаьлум узининг маьносини йукотади ва шу устун ташлаб ёзилар эди.

1—жадвал хам хар кандай симплекс жадвал катори ишланади , факатгина олдин рацион таркибдаги М микдорни чикариш лозим . бу ерда базисга кайси номаълумни киритиш мезони (хал килувчи устунни танлаш) булиб, m+2 катордаги мусбат сонлар ичидан абсалют киймат жихатидан энг каттаси хизмат килади ва бу сон турган устун хал килувчи устун деб олинади. Натижада шу устунни аникловчи номаьлум базисга киритилади. Агар икки ва ундан ортик устунда бир хил сон мавжуд булса , у холда хал килувчи устунни ушбу устунларнинг m+1 каторидаги абсалют киймати жихатидан энг кичиги турган устун танланади. Шу тарика базисдан сунъий номаълумлар йукотилади. m+2 устун элементлари ёрдамида хал килувчи устунни танлаш давом эттирилади , токи биринчидан , базисдаги суньий номаьлумлар йуколгунча, иккинчидан, базисда суньий номаьлумлар булган холда , m+2 каторда бирорта хам мусбат ишорали элемент колмагунча.

Биринчи холатда базисда сунъий номаълумлар йукотилиши билан бир вактда m+2 катордаги хамма элементлар нолга айланади. Бундай ечимни биз бошлангич яьни , таянч режа деб билиб, оптимал ечимни топишга киришамиз. Иккинчи холатда эса, масала ечимга эга булмайди.

9.6.Масаланинг ечимини иктисодий тахлил килиш.

Бизнинг мисолимизда m+2 катордаги мусбат сонлар ичида энг каттаси 111,35 демак, x5 устунни хал килувчи устун деб танланади ва x5 узгарувчи эса базисга суньий номаьлум урнига киритилади. Чунки , энг кичик симплекс муносабат bj / aij = 11,7 га тенгдир. Шундай килиб , хал килувчи устун билан хал килувчи катор кесишишида турган катор 40 сони хал килувчи элемент деб олинади ва бу элемент ердамида бир кадам симплекс кайта тузишни куллаш натижасида иккинчи симплекс жадвалга утамиз .

Бу хисоблаш жараёнини туртинчи симплекс жадвални топгунча давом эттирамиз. Туртинчи симплекс жадвалда (4 жадвал) масаланинг таянч режаси топилади. Чунки бу жадвалда базисдан суний номаьлумлар йукотилиб m+2 каторда эса ноллар хосил килинади. Энди ечимнинг оптималлигини текширамиз . Туртинчи симплекс жадвалдан куриниб турибдики ечим оптимал эмас, чунки, m+1 каторда мусбат ишорали сонлар мавжуд. Бу мусбат сонлар ичида энг каттаси 2.53 демак, x3 устунни хал килувчи устун деб оламиз ва колган хисоблаш жараёнларини юккоридагидек давом эттирамиз. Натижада 6—симплекс жадвалда оптимал ечимга эришамиз.

Оптимал рационга 22.029 кг сомон , хамда 10.776 кг сенаж киритилиши керак булади , у холда рационнинг таннархи 141.405 сумни ташкил килади . Бу ерда шуни айтиб утиш керакки , оптимал рацион таркибидаги хазм буладиган протеин нормадан 69.823 граммга ортик булар экан. Колган ем – хашакнинг рационининг таркибига кирмаслигини эса , уларнинг таннархи баланд булиб , озукадорлиги пастлигида деб тахлил килиш мумкин.

4 – жадвал

	базис	cj	bj	19	10	3	5	7	4	0	0	0	
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	bj / aij
	X4	5	6,987	0	-0,039	0,16	1	0	-0.079	-2.55	0.043	-0.056	43.517
	X1	19	6.025	1	0.342	0.227		0	0.116	-0.899	-0.001	0.009	21.567
	X5	7	70355	0	0.261	0 .077	0	1	0.023	1.427	-0.022	0.001	28.293
+1			200.92	0	-1.866	2.53	0	0	-2.029	-19.85	0.047	-0.84	
+2			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

6- жадвал

	базис	cj	bj	19	10	3	5	7	4	0	0	0	
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	
	X8	0	79.427	-13.084	-5.376	0	22.649	0	-3.334	-45.982	1	-1.372	
	X3	3	22.029	-3.557	1.213	1	0.085	0	0.407	-3.418	0	0.029	
	X5	7	10.776	-0.007	0.239	0	0.495	1	-0.017	0.17	0	-0.026	
-1			141.405	-8.383	-4.683	0	-1.273	0	-1.902	-9.059	0	-0.009	

Саволлар.

1.Сунъий номаълумлар усули билан кандай дастурлаш масалалари ечилади?
2.Сунъий номаълумлар кандай иктисодий маънога эга?
3.М-сони кандай иктисодий маънога эга?
4.Качон масала бу усулда ечимга эга эмас дейилади?
5.Сунъий номаълумлар жадвалдан кандай чикарилади?
6.Сунъий номаълумлар максад функцияга кандай коэффициент билан киритилади?
7.Сунъий номаълумлар нима учун киритилади?
8.Качон масала ечимга эга эмас дейилади?
9.m+1 сатрга кандай коэфициентлар ёзилади?
10.Кушимча номаълумлар максад функцияга кандай коэфициент билан киритилади?

10-Мавзу. Иктисодий масалаларни ечишда симплекс усулни куллаш.

Режа:

10.1.Оптимал ечимни иктисодий тахлили.
10.2.Масаланинг иккиламчи ечимларини топиш.
10.3.Экин майдонини оптимал таксимлаш масаласининг м.м.

10.4.Масаланинг оптимал ечимини топиш.
10.5.Оптимал ечимни иктисодий тахлил килиш.
10.6.Оптимал ечимга узгартиришлар киритиш чегаралари.
10.7.Оптимал ечимни узгартириш.

Адабиётлар 3,5,7,11,12

10.1.Оптимал ечимни иктисодий тахлили.

Иктисодий – математик усуллар топилган оптимал ечимни чукур иктисодий тахлил килиш имкониятини яратади.

Оптимал ечимни иктисодий – математик тахлил килишдан максад

- оптимал ечимни анъанавий усулда тузилган режага нисбатан оптималлаштириш самарасини аниклаш;
- ечимни умумий бахолаш, унга кирган ва кирмаган узгарувчиларни аниклаш, максад функциянинг кийматини хисоблаш;
- моделлаштирилаетган жараен бошкариш учун уни ривожланиш имконияти ва резервларини аниклаш;
- режалаштирилган даврда жараенни ривожланишини белгилайдиган иктисодий курсаткичларни аниклаш;
- оптимал ечимга узгартиришлар киритиш имкониятини чегарасини аниклаш;
- бошлангич курсаткичларни узгартириб оптимал ечимни янги кийматларини хисоблашдир.

10.2.Масаланинг иккиламчи ечимларини топиш.

Ечимни бундай анализ килиш имконияти чизикли дастурлаштириш масаласини ечишни умумий симплекс усули хусусиятидан келиб чикади. Усул масалани ечимни топиш вактида унга иккиламчи булган масалани хам ечимини хисоблайди.

Математика нуктаи назаридан узаро иккиламчи масалаларни кайси бири бошлангич (бирламчи) еки иккиламчи эканлиги ахамиятга эга. Аммо кайси иктисодий-математик масала асосида оптимал ечим топилса шу масала бирламчи масала деб олинади. Унга иккиламчи масала оптимал ечимни иккиламчи бахоларни олиш учун мулжалланади.

Агар ишлаб чикаришда самарадорликни янада ошириш керак булса, у холда бунинг учун кушимча сарфланган ресурс киймати олинадиган самара билан таккослаб куриш зарур. Ишлаб чикаришга кушимча ресурсларни жалб килиш максадга мувофиклигини иккиламчи бахолар оркали хал килиш мумкин.

Иккиламчи бахоларни хисоблаш учун иккиламчи ечиш шарт эмас, бирламчи масалани оптимал ечимни уз ичига олган симплекс жадвалда иккиламчи бахолар хам булади. Буни куйидаги масалани ечишда курамиз.

10.3.Экин майдонини оптимал таксимлаш масаласининг м.м.

Хужаликда 1700 га экин майдони, 137000 одам-куни мехнати ресурслари ва 7950 ц минерал угит мавжуд. Шу майдонда берилган ресурслардан фойдаланиб уч хил экинни оптимал режасини тузиш керакки, натижада хужалик энг куп фойда олсин. Ресурсларнинг 1 га экин майдонига сарфи ва ундан олинадиган фойда пул хисобига жадвалдан келтирилган:

Курсаткичлар	Улчов бирлиги	Экинлар		
		Пахта	Макка	Полиз
Мехнат сарфи	Одамга/га	100	20	110
Минерал угит	Ц/га	5	3	4
Олинадиган соф фойда	Сум/га	130	60	70

Ечиш. Масала симплекс усулда ечилади. Бунинг учун масалани математик моделини тузамиз.

Пахта X1, Макка X2, Полиз X3 га

$$\begin{cases} X1 + X2 + X3 \le 1700 \\ 5X1 + 3X2 + 4X3 \le 7950 \\ 100X1 + 20X2 + 110X3 \le 137000 \end{cases} \qquad (1)$$

(2) Z=30X1+60X2+70X3 → max

(1) системани каноник куринишга келтирамиз.

$$\begin{cases} X1 + X2 + X3 + X4 = 1700 \\ 100X1 + 20X2 + 110X3 + X5 = 137000 \\ 5X1 + 3X2 + 4X3 + X6 = 7950 \\ X1, X2, X3 \ge 0 \end{cases}$$

1-Жадвал

	-X1	-X2	-X3	Озод хадлар
X4	1	1	1	1700
X5	100	20	110	137000
X6	5	3	4	7950
Z	-130	-60	-70	0

X1=X2=X3=0, X4=1700,X5=137000 X6=7950

Иктисодий ресурслар мавжуд лекин улар хам ишлаб чикаришга жалб этилмаган, демак фойда хам йук.

Z=0

10.4.Масаланинг оптимал ечимини топиш

2-Жадвал

	-X1	-X2	-X3	
X4	-0,01	0,8	-0,01	330
X1	0,01	0,2	1,1	1370
X6	-0,05	2	1,5	1100
Z	1,3	-37	43	178100

Бу жадвалдаги мумкин булган ечим.

X1=1370, X2=X3=X5+0,X4=330, X6=1600, Z=178100

1370 га ерга пахта экилса хужалик 178100 сум фойда олишни, макка ва полиз экисмаслигини, мехнат ресурслари тулик сарф булмаганлигини, шу билан бирга 330 га ер экин экилмай колганлиги ва 1100 ц минерал угит фойдаланилмай колганлигини билдиради.

2 чи симплекс жадвални тахлил киламиз.

Максад функция каторидан куриниб турибдики, базис узгарувчилар сафига X2 ни яъни маккани экин майдонига киритиш керак.

Агар базис узгарувчилар сафига маккани киритсак олинадиган фойда мулжаллангандек 60 сум эмас 34 сумга купаяр экан. Бунинг сабаби нимада? X2-узгарувчи турган устундан коэффициентлар (0,8; 0,2;2) шуни курсатади. Агар ечимга базис сифатида макка киртилса экин экилмай колган майдон 0,8 га камаяди пахта экиладиган майдон 0,2 га камаяди, ишлатилмай колган минерал угит 2 ц га камаяди. Натижада базисга 1 га макка киритсак фойда 60 сумга купаяди, лекин пахта 0,2 гача камайганлиги сабабли 26 сумга (02*130=26) камаяди.

Соф фойда 60-24=36 сум булади. Минерал угит норма буйича 1 га майдонга 2,2 ц эди, бизнинг масалада сарфланмаган минерал угит 2 ц сарфланади, 1ц эса кискарган 0,2 га пахта майдонидан келиб сикади. (0,2*5=1)

Масалани ечишда давом этамиз.

3-Жадвал

	-X5	X4	-X3	
X2	-0,0125	1,25	-0,12	412,5

X1	0,0125	-0,25	1,125	1287,5
X6	-0,025	-2,5	-1,25	275
	0,875	42,5	68,75	192125

Иккинчи симплекс жадвалга нисбатан симплекс усули алгартимини бир кадамни куллаймиз. Бу жадвалда масаланинг оптимал ечими топилган. Чунки Z- катордаги коэффициентлар манфий ишорага эга эмас.

10.5.Оптимал ечимни иктисодий тахлил килиш .Оптимал ечим:

X1=1287,5; X2=412,5; X3=0 Zmax=192128 яъни куйилган масала шартларида фойданинг энг катта киймати 192128 сум булади. Бунинг учун пахтанинг ажратилган экин майдони 1287,5 га силос учун маккага ажратилган экин майдони 412,5 га булиши керак кабул килинган оптималлик мезонга кура полиз экинлар самарасиз булиб оптимал ечимга кирмаган. Хужаликдаги мавжуд ресурслардан, экин майдонлари ва мехнат ресурслари тансик экан, чунки олинган оптимал ечимда улар тулик фойдаланилади.

Хакикатдан хам масалани математик моделидаги мос тенгсизликлардан;

$X1+X2+X3\leq1700$ экин майдони буйича

$100X1+20X2+110X3 \leq13700$ мехнат ресурслари буйича оптимал ечим билан катъий тенгликка айланадилар.

$1287,5+412,5+0=1700$

$100*1287,5+20*412,5+110*0=13700$

Лекин минерал угитлар тула фойдаланилмаган, яъни масаладан шароитда 275 ц минерал угит ишлатилмай колган.

$5X1+3X2+4X3\leq7950$

$5*1287,5+3*412,5+4*0=6437,5+1237,5=7675<7950$

$7950-7675=275$

Учинчи симплекс жадвалнинг максад функцияси каторида 0,875 (X5); 42,5(X1); 68,75(X3) коэффициентлар мавжуд. Бу базис булмаган узгарувчиларнинг иккиламчи бахоларидир.

Биринчи 2 коэффициентлар мехнат ресурслари ва экин майдонини тансиклик даражасини билдиради ва агар ишлаб чикаришга кушимча бир бирлик шу ресурслардан сарф килинса фойда неча сумга ошишини курсатади. Яъни келтирилган масалада 1 одам кун ишлаб чикаришга жалб килинча фойда 0,875 сумга ошади, агар 1 га экин майдони жалб килинса 42,5 сумга ошади. Учинчи коэффициент, яъни X3 узгарувчини коэффициенти полиз экинларини самарасизлик даражасини билдиради.

Агар хужаликда кушимча 1 га полизэкилса, олинадиган фойда 68,7 сумга камаяди.

Оптимал ечимни тор маънода тахлил киламиз, яъни охирги симплекс жадвални коэффициентларини иктисодий маъносини тахлил киламиз. Жадвалдаги базис булмаган узгарувчиларни уз ичига олган устун коэффициертларини курамиз.

Базис булмаган узгарувчилар ичида асосий (X3) ва кушимчалари (X5,X4) мавжуд.

Умумий холда базис булмаган асосий узгарувчига мусбат киймат берилса, шу устундаги коэффициентлар ишораси тескари маънога эга, яъни агар ишораси «+» булса, шу катордагиь ьбазис узгарувчидан айириш ва «-» булса кушиш керак булади. Базис булмаган кушимча узгарувчилар фойдаланилмай колган ресурсларни хажмини билдиради ва ишлаб чикаришга кушимча жалб килиш мумкин, яъни кушимча узгарувчи бу холда манфий кийматга эга десак хам булади. Шунинг учун базис булмаган кушимча узгарувчилар турган устундаги коэффициентлар ишораси тугри маънода таъсир килар экан. Буни кайд килганларни базис булмаган узгарувчилар (X5,X4,X3) мисолида учинчи симплекс жадвалда курамиз.

- кушимча 1 одам куни мехнат ресурслари ишлаб чикаришга жалб килинса силос учун маккани экин майдони 0,0125 гача камаяди, пахта экиладиган майдони 1,125 гектарга камаяди, минерал угитлар 1,25 ц га купаяди ва фойда 68,75 сумга купаяди.

Коэффициентларнинг бу хоссаларини хисобга олиб уларни уринбосар коэффициентлари еки таркибни узгартириш коэффициентлари дейилади. уринбосари коэффициентлари ердамида оптимал ечимга узгартиришлар киритиш мумкин, оптимал ечимни янги варинтиларини масалани ЭХМ да ечмасдан хисоблаш мумкин.

10.6.Оптимал ечимга узгартиришлар киритиш чегаралари.

Лекин оптимал ечимни узгартиришни хам чегараси мавжуд. Бу чизикли дастурлаштиришни иктисодий масалаларга куллашдаги асосий талаби, узгарувчиларни манфий булмаслик шартидан келиб чикади. Хакикатдан хам юкорида кайд килганимиздек оптимал ечимга 1 га полиз экини киритсак сидлос учун макка экин майдони 0,125 гектарга купаяди, пахта экин майдони 1,125 гектарга камаяди, минерал угитлар 1,25 цга купаяди.

Агар 100 гектар полиз экини экилсачи? Макка экиш майдони 1,125*100=12,5 га купаяди, пахта экин майдони 1,125*100=112,5 гектарга камаяди ва минерал угит 125 ц га купаяди.

Оптимал ечимни кайси чегарага узгартириш мумкин. Базис булмаган асосий узгарувчини базис узгарувчилар каторига киритиш чегараси – озод хадлари устунидаги солнларни мос равишда мусбат ишорали уринбосар коэффициентларига нисбатлари энг кичигининг кийматидир.

X3 устунда 1 та мусбат коэффициент бор, демак 1287,5:1,125=1091,1 га ерга полиз экинини экиш мумкин экан. Базис булмаган кушимча узгарувчилар ердамида узгартириш чегараси сифатида - озод хадлар устунидаги сонларни мос равишда манфий ишорали уринбосар коэффициентларига нисбатларининг энг кичиги олинади.

Масалан: мехнат ресурсларини оптимал ечимини узгартириш учун кушимча ишлатишнинг максимал киймати:

$$\min\left\{\frac{412,5}{0,0125};\frac{275}{0,025}\right\} = 11000 \text{ одам-кун}$$

худди шундай экин майдонини оптимал ечимини узгартириш учун кушимча жалб килишни максимал киймати:

$$\min\left\{\frac{1287,5}{0,25};\frac{275}{2,5}\right\} = 110 \text{ га}$$

10.7.Оптимал ечимни узгартириш.Масалан: Хужаликнинг эхтиежлари учун полиз экинлари 200 гектарга экиш шарт булсин: юкорида курганимиздек 1091,1 га ерга полиз экиш мумкин. Демак 200 га полиз экинини киритамиз. Унда макка 012,5*200=25 га ортади, пахта 112,5*200=225 га камаяди, ишлатилмай колган минерал угитлар 1,25*200+250 ц га ортади. Олинадиган фойда 68,75*200=13750 сумга камаяди.

Саволлар. 1.Оптимал симплекс жадвалдаги озод хадлар кандай иктисодий маънога эга?

2.Симплекс жадвалдаги асосий номаълумлар турган устун элементлари кандай маънога эга?

3.Симплекс жадвалдаги кушимча номаълумлар турган устун элементлари кандай маънога эга?

4.Киритилган кушимча номаълумларнинг иктисодий маъноси?

5.Иккиламчи бахолаш деганда нимани тушунасиз?

6.Оптимал ечимни кандай чегарагача узгартириш мумкин?

7.Симплекс жадвалдаги озод хад манфий булиши мумкинми?

8. Хал килувчи устун кандай танлаб олинади?

9. Хал килувчи сатр кандай танлаб олинади?

10. Бош элемент кандай танлаб олинади?

11-Маъруза. Чизикли дастурлаштиришнинг узаро икки еклама масалаллари.

Р Е Ж А.

11.1. Икки еклама масалаларининг куйилиши.
11.2. Дастлабки ва икки еклама масалаларининг богликлиги.
11.3.Симметрик булмаган икки ёклама масалалар.
11.4.Симметрик икки ёклама масалалар.
11.5.Дастлабки ва икки ёклама масалаларнинг ечимлари орасидаги богликлик.
11.6.Мисол.

Адабиётлар 1,3,7,8

Таянч иборалар. Дастлабки масала, икки ёклама масала, симметрик икки ёклама масала, симметрик булмаган икки ёклама масала.

11.1. Икки еклама масалаларининг куйилиши.

Хар кандай чизикли дастурлаштириш масаласига, унга узаро икки еклама булган бошка бир чизикли дастурлаштириш масаласи тугри келади. Берилган дастлабки (бошлангич) масала билан унга икки еклама булган масала уртасидаги бевосита богланиш бор, яъни бирининг ечимидан бошкаси - ечимини топиш мумкин.

Берилган дастлабки масала ва унга нисбатан узаро икки еклама булган масала хам бирон-бир иктисодий жараени ифода этади. Масалан ресурслардан фойдаланиш масаласини куриб утайлик. Бирор бир корхона микдори $b_i(i=1,m)$ бирликка тенг булган m хил ресурсларга эга булиб бу ресурслардан n-хил максулот ишлаб чикариш учун фойдаланадиган булсин: j- бирлик максулот ишлаб чикариш учун i- хилдаги ресурслардан a_{ij} бирлик сарфлансин. Максулот бирлигининг нархи c_{ij} бирликка тенг булсин. Корхонанинг энг куп даромад олиш масаласини таъминлайдиган режаини тузишнинг математик модели курилсин j-хилдаги махсулот бирлигининг микдорини x_j билан белгиласак, куйилагн масаланинг математик модели куйидагича булади.

(1) $Z=\sum c_j x_j$ функциянинг чекланиш тенгсизликлар системаси

(2) $\{\sum a_{ij} x_j \le b_i, i=1,m\}$

$x_j \ge 0, \quad j=1,m$

каноатлантирадиган максимумни топинг.

Энди (1) -(2) масалага нисбатан икки еклама булган масаланинг математик моделини курамиз.Бунинг учун $y_i(i=1,m)$ билан i хилдаги ресурс бирлигининг нархини белгилаймиз, у холда хар бир j бирлик махсулот ишлаб чикариш учун сарф булган ресурснинг нархи .

$$\sum a_{ij} y_i$$

га тенг булади. Сарф килинган ресурснинг нархи ишлаб чикариш махсулот нархидан ошиб кетмаслиги учун

$$\sum a_{ij} y_i \ge c_j \quad (j=1,m) \qquad (3)$$

булиши керак.

Иккинчи томондан, корхона $b_i(i=1,m)$ бирликка тенг булган ресурсга эга булгани учун сарф килинган умумий ресурснинг нархи.

$$F=\sum b_i y_i \quad (4) \quad \to min$$

га тенг булади.

Демак, (3) -(4) масала дастлабки (1)-(2) масалага нисбатан икки еклама масаланинг математик моделидир.

11.2. Дастлабки ва икки еклама масалаларининг богликлиги.

Бу масалани иктисодий нуктаи назаридан куйидагича талкин килиш мумкин: Ресурс микдори b_i га тенг булиб, махсулот бирлигининг нархи c_i га тенг булганда ресурс бирлигининг нархи y_i ни умумий сарфи энг кам буладиган килиб танлаш керак. Бошкача килиб айтганда (4) функциянинг (3) чекланишлар шартини каноатлантирадиган энг кичик киймати топилсин. Дастлабки масала (1)-(2) ни матрица формада куйидагича езиш мумкин.

$$Z_{max}=c\cdot x$$

$$AX \le B, \quad X \ge 0$$

икки еклама (3)-(4) масала эса куйидагича куринишга эга.

$$F_{min}=B,Y$$

$$A'Y \ge C',Y \ge 0$$

Матрица формада езилган дастлабки ва икки еклама масалаларнинг матрицалари ва векторлари бир-бирига нисбатан транспонирлангандир.

$$A= \begin{matrix} a_{11}\ a_{12}\ \ldots\ a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots\ a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}a_{m2}\ \ldots\ a_{mn} \end{matrix} \qquad A' = \begin{matrix} a_{11}\ a_{21}\ \ldots\ a_{m1} \\ a_{12}\ a_{22}\ \ldots\ a_{m2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}\ a_{2n}\ \ldots\ a_{mn} \end{matrix}$$

$$B= \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{matrix}, \quad B'= (b_1,b_2,\ldots,b_m), \quad X= \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{matrix}$$

$$C= (c_1,c_2,\ldots,c_n), \quad C'= \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \\ \ldots \\ c_n \end{matrix}, \quad Y= \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \ldots \\ y_m \end{matrix}$$

Узаро икки еклама масалалар математик моделларининг турлари

Узрао икки еклама масаларнинг математик моделлари 2 хил булади.

11.3.Симметрик булмаган икки ёклама масалалар Симметрик булмаган узаро икки еклама масала симметрик булмаган узаро икки еклама масаларнинг дастлабки масаласида чекланиш шартлари тенгламалар системасидан иборат булиб, унга нисбатан икки еклама булган масаласида эса чекланиш шартлари тенгсизликлар системасидан иборат булади ва номаълумлар манфий кийматлар хам кабул килиш мумкин булади.

Маслан:

а) Дастлабки масала — Икки еклама масала

Z_{min}=CX — F_{max}=B'Y

AX=B — $A'Y \le C'$

$X \ge 0$

б) Дастлабки масала — Икки еклама масала

Z_{max}=CX — F_{min}=B'Y'

AX=B — $A'Y \ge C'$

$X \ge 0$

11.4.Симметрик икки ёклама масалалар Симметрик булган узаро икки еклама масалалар.

Симметрик булган узаро икки еклама масалаларнинг дастлабки ва унга нисбатан икки еклама булган масалаларида чекланиш шартлари тенгсизликлар системасидан иборат булиб изланаетган номаълумлар албатта мусбат булиши шарт. Масалан.

а) Дастлабки масала

$$Z_{max}=CX$$
$$AX\leq B$$
$$X\geq 0$$

Икки еклама масала

$$F_{min}=B'Y$$
$$A'Y\geq C'$$
$$Y\geq C$$

б) Дастлабки масала

$$Z_{min}=CX$$
$$AX\geq B$$
$$X\geq 0$$

Икки екламали масала

$$F_{max}=B'Y$$
$$A'Y\leq C'$$
$$Y\geq 0$$

Мисол.

Дастлабки масала. Ущбу

$$Z=x_2-x_4-3x_5$$

функциянинг чекланиш тенгламалари системаси

$$\begin{cases} x_1+2x_2-x_4+x_5=1 \\ -4x_2+x_3+2x_4-x_5=2 \\ 3x_2+x_5+x_6=5 \end{cases}$$
$$x_j\geq 0\ ,\ j=1,6$$

ни каноатлантирадиган минимум топилсин ва бу масалага икки еклама масала тузилсин.

Ечиш. Дастлабки масалада

$$C=(0;1;0;-1;-3;0)\ ,\quad A=\begin{pmatrix} 1,2,0,-1,1,0 \\ 0,-4,1,2,-1,0 \\ 0,3,0,0,1,1 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix},\qquad B=\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$Z_{min}=CX;\ AX=B;X\geq 0$$

булади.

Дастлабки масала симплекс булмаган масалага тугри келадию Шунинг учун

$$F_{max}=B',Y$$
$$A'Y\leq C'\ ,\ \text{бу ерда}\qquad B'=(1,2,5)$$

$$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{matrix} 1,0,0 \\ 2,-4,3 \\ 0\ ,\ 1,0 \\ -1,2,0 \\ 1,-1,1 \\ 0,0,1 \end{matrix}$$

еки

$F=y_1+2y_2+5y_3$ максимум

$$\begin{cases} y_1 \le 0 \\ 2y_1-4y_2+3y_3 \le 1 \\ y_2 \le 0 \\ -y_1+2y_2 \le -1 \\ y_1-y_2+y_3 \le -3 \\ y_3 \le 0 \end{cases}$$ чекланишли тенгсизликлар системаси

11.5.Дастлабки ва икки ёклама масалаларнинг ечимлари орасидаги богликлик Узаро икки еклама масаланинг асосий теоремаси.

Бизга куйидаги дастлабки

$$Z_{min}=\sum c_j x_j \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \sum a_{ij}x_j \ge b_i & (\ \ i=1,m) \\ x_j \ge 0 \ j=1,n & (2) \end{cases}$$

ва унга нисбатан 2 еклама булган

$$F_{max}=\sum b_i y_i \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sum a_{ij}\ y_j \le c_j,\ \ j=1,n & (4) \end{cases}$$

$y_i \geq 0$, $i=1,m$ масала берилган булсин

У холда куйидаги тенглама уринлидир.

Дастлабки масала ечишга эга булса, унга икки еклама булган масала хам ечимга эга булади ва куйидаги

min Z=max F тенглик уринли булади.

Агар мана шу узаро икки еклама масаланинг бирортасида максад функция чегараланмаган булса, иккинчи масала ечимга эга булмайди.

Дастлабки масаланинг ечимидан унга нисбатан икки еклама масаланинг еки икки еклама масаланинг ечимидан дастлабки масаланинг ечимини келтириб чикаришга имкон берадиган симплекс усул узаро икки еклама симплекс усул дейилади.

Бу усул узаро икки еклама масаланинг асосий тенгламасига асослангандир.

Берилган дастлабки масала учун x_{n+1}, $x_{n+2},...,x_{n+m}$ номаълумлар базси x_1,x_2, ... x_n - озод номаълумлар булса икки еклама масала учун y_{m+1},y_{m+2}, y_{m+n}- озод с,$y_1,y_2,...y_m$ базислар булсин.

Асосий тенгламага асосан minZ=maxF булгани учун, юкоридаги масаларнинг бирортасини оптимал ечимини топсак, иккинчисининг хам оптимал ечимини топган булади.

Бунинг учун бу 2 чи масаланинг ноъмалумлари уртасида узаро бир кийматли мослик урнатамиз

x_{n+1} x_{n+2}... x_{n+m} x_1 x_2 ... x_n

y_1 y_2... y_m y_{m+1} y_{m+2} ... y_{m+n}

Агар берилган масаланинг оптимал ечими $\{0,0,...x_{n+1},x_{n+2},..., x_{n+m}\}$ булса, унга икки еклама масаланинг оптимал ечими $\{y_1,y_2,...,y_m 0,...0\}$ булиб $y_1 x_{n+2}$ нинг олдидаги коэффициенти C_{n+1} га ва хоказо $y_m x_{n+m}$ нинг коэффициенти C_{n+m} га тенг булади.

$y_1=c_{n+1}$, $y=c_{n+2}$,..., $y_m=c_{n+m}$ га тенгдир.

11.6Мисол.

Дастлабки масала. Ущбу

$$Z=x_2-x_4-3x_5$$

функциянинг чекланиш тенгламалари системаси

$$\begin{cases} x_1+2x_2-x_4+x_5=1 \\ -4x_2+x_3+2x_4-x_5=2 \\ 3x_2+x_5+x_6=5 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 , j=1,6$$

ни каноатлантирадиган минимум топилсин ва бу масалага икки еклама масала тузилсин.

Ечиш. Дастлабки масалада

$$C=(0;1;0;-1;-3;0), \quad A=\begin{pmatrix} 1,2,0,-1,1,0 \\ 0,-4,1,2,-1,0 \\ 0,3,0,0,1,1 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$Z_{min}=CX;\ AX=B;X\geq 0$$

булади.

Дастлабки масала симплекс булмаган масалага тугри келади. Шунинг учун

$$F_{max}=B',Y$$

$A'Y\leq C'$, бу ерда $B'=(1,2,5)$

$$C'=\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \end{matrix} \qquad Y=\begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{matrix}$$

$$A'=\begin{matrix} 1,0,0 \\ 2,-4,3 \\ 0,1,0 \\ -1,2,0 \\ 1,-1,1 \\ 0,0,1 \end{matrix}$$

еки

$F=y_1+2y_2+5y_3$ максимум

$$\begin{cases} y_1\leq 0 \\ 2y_1-4y_2+3y_3\leq 1 \\ \\ \end{cases}$$

$y_2 \leq 0$ чекланишли тенгсизликлар системаси

$-y_1+2y_2 \leq -1$

$y_1-y_2+y_3 \leq -3$

$y_3 \leq 0$

С А В О Л Л А Р.

1. Узаро икки еклама масалалар ечимлари орасида кандай богликлик бор?
2. Икки еклама масалани дастлабки масаладан фойдаланиб кандай тузиб олиш мумкин?
3. Узаро икки еклама масалаларнинг турлари?
4. Симметрик икки ёклама масалалар кандай чизикли дастурлаштириш масалаларига куйилади?
5. Симметрик булмаган икки ёклама масалалар деб кандай масалаларга айтилади?
6. Дастлабки масаладаги базис номаълумлар икки ёклама масалаларда кандай номаълум булади?
7. Дастлабки масаланинг ечимидан фойдаланиб икки ёклама масланинг ечимини кандай топиш мумкин?
8. Икки ёклама масаланинг ечимидан фойдаланиб дастлабки масаланинг ечимини топиш мумкинми?
9. Икки ёклама симплекс усулни тушунтириб беринг?
10. Ресурсларни оптимал таксимлаш масаласига икки ёклама масала кандай булади?

12-Маъруза. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИ.

Р Е Ж А.

12.1. Масаланинг куйилиши.
12.2 Бошлангич жадвални тулдириш усуллари.
12.3. Транспорт масаласининг очик ва ёпик модели
12.4 Ёпик занжир, цикл.

Адабиётлар 1,3,7,8

Таянч иборалар. Жунатиш пунктлари, кабул килиш пунктлари, истеъмолчи, таъминловчи, захира, таъриф, эхтиёж, занжир, бошлангич режа.

12.1. Масаланинг куйилиши.

Транспорт масаласи чизикли дастурлаш масалалари ичида назарий ва амалийнуктаи назаридан энг яхши узлаштирилган масалалардан бири булиб, унда саноат кишлок хужалик махсулотларини ташишини оптимал режалаштириш ишларида муваффакиятли равишда фойдаланилмокда.

A_i та нуктада мос равишда a_i(i=1,m) бирликдан мавжуд юкни, B_j та пунктга b_j (j=1,m) бирликдан килиб таксимлаш керак. A_i(i=1,m) пунктдан бир бирлик юкни B_j (j=1,n) пунктга етказиб бериш учун c_{ij}-сум харажат килинади.

Юк ташишини шундай режасини тузингки истеъмолчининг эхтиежи тула кондирилсин ва юк ташиш учун сарф буладиган харажат энг кам булсин.

i чи пунктдан j чи пунктга ташиб бориладиган юк микдорини x_{ij} деб белгилаб олсак транспорт масаласининг математик моделини куйидагича тузиб олиш мумкин:

$$\sum x_{ij}=a_i,\ (i=1,m) \qquad (1)$$

$$\sum x_{ij}=b_j,\ (j=1,n) \qquad (2)$$

$$x_{ij}\geq 0 \quad (i=1,m,\ j=1,n) \qquad (3)$$

$$Z_{min}=\sum \sum c_{ij}\, x_{ij} \qquad (4)$$

Бу ердаги (1) шарт хар бир ишлаб чикарувчи пунктлардаги махсулот тула таксимлансин,(2) эса хар бир исътемол килувчи пунктнинг талаби тула кондирилсин. Махсулотни ташиш учун сарф килинадиган умумий транспорт харажатлари (4) чизикли функция оркали ифодаланади.

Агар (1)-(4) транспорт масаласида

$$\sum a_i =\sum b_j$$

тенглик уринли булса, бу транспорт масаласининг епик модели дейилади. транспорт масалалари асосан жадваллар ердамида ечилади. Берилганлардан фойдаланиб транспорт масаласининг бошлангич таянч режаси тузиб олинади.

12.2 Бошлангич жадвални тулдириш усуллари.

Транспорт масаласининг бошлангич режасини топиш усуллари куп булиб, улардан баъзи бирлари билан танишиб чикамиз.

1. Энг кам нарх усули.

Бу усулда жадвал катаклари таърифи энг кикина булган катакдан, захира ва эхтиежни хисобга олиб тулдирилади. Сунгра навбатдаги таърифи кичик булган катак тулдирилади ва хоказо.

2. Шимолий -Гарб усули.

Бу усулда жадвал катаклари биринчи сатр, биринчи устундаги катакдан бошлаб тулдирилади, сунгра захира ва эхтиеж хисобга олиниб биринчи сатрдаги навабатдаги катаклар тулдирилиб борилади. биринчи сатр катаклари тулдирилиб булгач, иккинчи сатр катаклари захира ва эхтиежни хисобга олиб тулдириб борилади ва хоказо.

3. Диогналлар усули.

Жадвалнинг бош диогналида жойлашган катаклар тулдирилади. Сунгра захира ва эхтиеж хисобга олиниб, бош диогналга параллел равишда ундан юкорида жойлашган катаклар тулдириб борилади. Юкоридаги катаклар тулдириб булингач, диогналдан пастда унга параллел равишда жойлашган катаклар захира ва эхтиежни хисобга олган холда тулдирилади.

12.3. Транспорт масаласининг очик ва ёпик модели.

Баъзи транспорт масалаларида захиранинг йигиндиси $\sum a_i$ эхтиежлар йигиндиси $\sum b_j$ дан кичик (катта) булиши мумкин.

Бундай масалалар транспорт масаласининг очик модели дейилади.

агарда $\sum a_i < \sum b_j$ булса, махсулотга булган хамма талабни каноатлантириб булмади. Лекин бу холда хам махсулотларни кам харажат сарф килиб таксимлаш режасини аниклаш мумкин. Бунинг учун масалага ишлаб чикарилган махсулот

$$a_{m+1}=\sum b_j - \sum a_i > 0$$

бирликни ташкил килувчи сохта m+1- чи жунатиш пункити киритилади. Бу пунктдан барча истеъмол килувчи пунктларга махсулотни ташиш учун сарф килинадиган транспорт харажатлари $c_{m+1}=0$, $j=1,n$ деб кабул килинади.

$$\text{Агар} \quad \sum ai > \sum bj$$

тенгсизлик уринли булса у хода n+1 сохта истеъмол килувчи пункт киритилиб бу пунктга махсулотни ташиш учун сарф килинадиган транспорт харажатлари $c_{i,n+1}=0$ $i=1,m$ олинади. Бу пунктнинг махсулотга булган талаби

$$b_{n+1}=\sum a_i - \sum b_j > 0 \quad \text{булади.}$$

12.4 Ёпик занжир,цикл.

Жадвалнинг бир катори (сатри еки устуни) да факат иккита катак олинган кетма-кетлик занжири дейилади. Занжирнинг бошлангич ва охирги катаклари бир каторда жойлашса епик занжир еки цикл дейилади.

.	.							
	.		.					
			.	.				
				.				.
.								.

С А В О Л Л А Р.

1.Транспорт масаласининг бошлангич режаси энг кам нарх усулида =андай тылдирилади.

2. Бошлангич режа диогналлар усулида =андай тылдирилади.

3. Ёпи= занжир ёки цикл деб нимага айтилади.

4.Транспот масаласининг ёпи= модели =андай былади?

5.Очи= моделни тушунтириб беринг?

6.Бошлангич режа шимолий -гарб усулида =андай тылдирилади?

7. Транспорт масалалари =андай масалалар?

8. Транспорт масаласида Cij – нимани билдиради?

9. Очи= модел =андай =илиб епик моделга олиб келади?

10. Бошлангич режа деганда нимани тушунасиз?

13.-Маъруза. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИНГ ОПТИМАЛ ЕЧИМИНИ ТОПИШ УЧУН ПОТЕНЦИАЛЛАР УСУЛИ.

РЕЖА.

13.1. Оптимал ечим хакида тушунча.
13.2.Потенциаллар шарти.
13.3.Потенциаллар усулларини алгоритми.
13.4.Цикл буйича суриш.
13.5.Мисол.

Адабиётлар 1,3,5,7,9,

Таянч иборалар. Потенциаллик шарти, цикл суриш, энг кам нарх усули, диагоналлар усули, шимолий гарб усули, тулдирилган катак, буш катак,цикл суриш

13.1. Оптимал ечим хакида тушунча.Потенциаллар усули транспорт масаласини ечиш учун кулланган биринчи аник усул булиб , у 1949 йилда рус олимлари Л.В.Канторович ва М.К.Гавурин томонидан яратилган. Бу усулнинг асосий гояси траспорт масаласига мослаштирилган симплекс усулдан иборат булиб ,биринчи марта чизикли дастурлаштириш масалаларини ечиш усулларига боглик булмаган холда тасвирланган. Кейинрок худди шунга ухшаш усул Америка олими Данциг томонидан яратилган .Данциг усули чизикли дастурлаштиришнинг асосий гояларига асосланган булиб, Америка адабиётида бу усул модифицирланган таксимот усули деб юритилада.Потенциаллар усули ёрдами билан бошлангич таянч режадан бошлаб, оптимал ечимга якинрок булган янги таянч режага утиб бориб, чекли сондаги итерациядан сунг масаланинг оптимал ечими топилади. Хар бир итерацияда топилган таянч режа оптимал режа эканини текшириш учун хар бир ишлаб чикарувчи (A_i) ва истеъмол килувчи (B_j) пунктга унинг потенциали деб аталувчи микдор u_i ва v_j мос куйилади .

13.2.Потенциаллар шарти.

Бу потенциаллар шундай танланадики,бунда узаро богланган A_i ва B_j пунктларга мос келувчи потенциаллар йигиндиси C_{ij}га (A_i дан B_j га бирлик махсулотни ташиш учун сарф килинадиган трапспорт харажатига) тенг булиши керак.

Агар $X^*=(x_{i\,j}{}^*)$ режа транспорт масаласининг оптимал режаси булса, у холда унга

$$u^*_i+v^*_j=c_{ij} \qquad (x^*_{ij}>0), \qquad (8.3.1)$$

$$u^*_i+v^*_j\leq c_{i\,j} \qquad (x^*_{i\,j}=0) \qquad (8.3.2)$$

шартларни каноатлантирувчи n+m та u^*_i ва v^*_j потенциаллар мос келади.Бошлангич режа булиши учун куйидаги шартлар бажарилиши керак:

а) Хар бир тулдирилган (махсулот таксимланган) катакча учун

$$u_i+v_j=c_{ij} \qquad (8.3.11)$$

б) хар бир буш (махсулот таксимланмаган) катакча учун

$$u_i+v_j=c_{ij} \qquad (8.3.12)$$

Агар камида битта буш катакча учун (8.3.12)шарт бажарилмаса, топилган бошлангич режа оптимал режа булмайди ва

$$\max\,(u_i+v_{j)})=\Delta_{kl}\ ,\ (\Delta_{ij}= u_i+v_j-c_{ij}) \qquad \Delta_{ij}>0$$

шартни каноатлантирувчи (k,l) катакчани тулдирилган катакчага айлантириш керак булади.

13.3.Потенциаллар усулларини алгоритми.

Шундай килиб, потенциаллар усулининг алгоритми куйидагидан иборат:

1.Юкоридаги курилган усулларнинг биридан форйдаланиб, бошлангич режа топилади.

2. Топилган режани оптимал режа эканлигини текшириш учун потенциаллар системаси тузилади. Бунинг учун (8.3.10) формуладан фойдаланиб ,хар бир тулдирилган катакча учун (8.3.11) куринишдаги потенциаллар тенгламалар тузилади. Маълумки, транспорт масаласининг режадаги 0 дан фаркли булган узгарувчилар сони n+m-1 та. Демак, потенциал тенгламалар системаси n+m та номаълумли n+m-1 тенгламалар системасидан иборат булади.Бу системада номаълумлар сони тенгламаларсонидан ортик булганлиги сабабли , потенциалларнинг сон кийматини топиш учун улардан ихтиёрий биттасига ихтиёрий киймат , соддалик учун ноль киймат бериб , колганларини бирин-кетин топиш мумкин.

Фараз килайлик ,u_i маълум булсин ,у холда (8,3,10) дан v_j топилади:

$$v_j=c_{i\,j}-u_i.$$

Агар v_j маълум булса , у холда u_i куйидагича топилади :

$$u_i=c_{i\,j}-v_j.$$

Барча потенциалларнинг сон кийматини аниклаб булгач , хамма буш катакчалар учун

$$\Delta_{i\,j}=u_i+v_j-c_{i\,j}. \qquad (8.3.13)$$

хисобланади. Агарда барча i ва j лар учун

$$\Delta_{i\,j}\leq 0,\ (i=1,m\ ;\ j=1,n)$$

уринли булса , топилган бошлангич режа оптимал режа булади.

13.4.Цикл буйича суриш

3. Агар i ва j ларнинг камида бир киймати учун $\Delta_{i\ j}>0$, булса , бошлангич таянч режа алмаштирилади. Бунинг учун потенциаллик шарти бузилмаган катак учун ёпик занжир, цикл тузилади. Циклда ушбу катак буш колган катакларда юк куйилмаган булиши керак . Сунгра соат стрелкаси буйича потенциаллик шарти бузилган катакка ″+″навбатдаги катакка ″–″ ва хаказо ишоралари куйиб борамиз . (–) ишорали катакдан (+) ишорали катакка (–) ишорали катаклардаги энг кам юк микдоридаги юкни кучириб янги режа тузамиз.

4. Тузилган янги режа учун потенциаллар шартини текширамиз. Агар топилган янги режа оптимал булмаса яна шу кадам такрорланади.

13.5.Мисол.A_1,A_2,A_3 омборларда мос равишда $a_1=510$ $a_2=90$ $a_3=120$

тоннадан юк бор.Бу юкни B_1,B_2,B_3,B_4 дуконларга мос равишда $в_1=270$ $в_2=140$ $в_3=200$ $в_4=110$ тоннадан килиб таксимланиши керак.Агар бир тонна юкни A_i (i=1,2,3) омбордан B_j (j=1,2,3,4) олиб бориш учун кетадиган харажат.

$$C=\begin{pmatrix}1473\\5689\\7248\end{pmatrix}$$

га тенг булса, юкни ташишнинг оптимал режасини тузинг.

Ечиш:

A_1 омбордан B_1,B_2,B_3,B_4 дуконларга олиб борилиши керак булган юкларни x_1,x_2,x_3,x_4 билан ,A_2 омбордан B_1,B_2,B_3,B_4 дуконларга олиб борилиши керак булган юкларни x_1,x_2,x_3,x_4 билан , A_2 омбордан B_1,B_2,B_3,B_4 дуконларга олиб борилиши керак булган юкларни $x_{21},x_{22},x_{23},x_{24}$ билан ,A_3 омбордан B_1,B_2,B_3,B_4 дуконларга олиб борилиши керак булган юк микдори $x_{31},x_{32},x_{33},x_{34}$ билан белгилаб олайлик. У холда масала шартига кура ;

$$1)\begin{cases} x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=510 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=90 \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=120 \\ x_{11}+x_{21}+x_{31}=270 \\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=140 \\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=200 \\ x_{14}+x_{24}+x_{34}=110 \\ x_{i,j}\geq 0, i=1,2,3;\ j=1,2,3,4 \end{cases}$$

Тенгламалар системасининг ичидан (2)

$$Z= x_{11}+4x_{12}+7x_{13}+3x_{14}+5x_{21}+6x_{22}+8x_{23}+9x_{24}+7x_{31}+2x_{32}+4x_{33}+8x_{34}$$

Максад функциясига минимал киймат бера оладиганини топамиз.

(1)-(2) масаланинг математик моделидир. Масалани жадваллар ердамида ечамиз.

1-жадвал

Жунатиш пункти	Кабул килиш пунктлари				Захира
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1 270	4 20	7 110	3 110	510
A_2	5	6	8 90	9	90
A_3	7	2 120	4	8	120
Эхтиёж	270	140	200	110	720

Тузилган бошлангич режа буйича юк ташиш учун кетадиган харажат

$Z=270*1+4*20+7*110+3*110+8*90+2*120=2610$сум

Бу тузилган режани оптималликка потенциаллар усули билан текширамиз.

Юк куйилган катаклар учун

$$\begin{cases} \alpha_1+\beta_1=1, \alpha_1=0 \\ \alpha_1+\beta_2=4 \ \ , \beta_1=1 \\ \alpha_1+\beta_3=7, \beta_2=4 \\ \alpha_1+\beta_4=3, \beta_3=7 \\ \alpha_2+\beta_2=2, \beta_4=3, \alpha_2=1, \alpha_3=-2 \end{cases}$$

Юк куйилмаган катаклар учун

$\alpha_2+\beta_1=1+1=2<5$

$\alpha_2+\beta_2=1+4=5<6$

$\alpha_2+\beta_4=1+3=4<9$

$\alpha_3+\beta_1=-2+1=-1<7$

$\alpha_3+\beta_3=-2+7=5>4$

$\alpha_3+\beta_4=-2+3=1<8$

Потенциаллик шарти A_3B_3 катакда бузилди шу катак учун цикл тузиб янги жадвал тузамиз.

Жунатиш пункти					Захира
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1 270	4 130	7	3 110	510
A_2	5	6	8 90	9	90
A_3	7	2 10	4 110	8	120
Эхтиёж	270	140	200	110	720

$\alpha_1+\beta_1=1$ $\quad\alpha_1=0$ $\quad\alpha_1+\beta_3=6<7$

$\alpha_1+\beta_2=4$ $\quad\beta_1=1$ $\quad\alpha_2+\beta_1=3<5$

$\alpha_1+\beta_4=3$ $\quad\beta=4$ $\quad\alpha_2+\beta_2=6=6$

$\alpha_2+\beta_3=8$ $\quad\beta_4=3$ $\quad\alpha_2+\beta_4=6<9$

$\alpha_3+\beta_2=2$ $\quad\alpha_3=-2$ $\quad\alpha_3+\beta_1=-1<7$

$\alpha_3+\beta_3=4$ $\quad\beta_3=6$ $\quad\alpha_3+\beta_4=1<8$

$\alpha_2=2$

Потенциаллик шарти бажарилади демак тузилган режа оптимал экан.

$Z=1*270+4*130+3*110+8*90+2*10+4*110=2290$ сум юк ташишнинг энг арзон нархи

$$Z = 2290 \text{ сум}$$

Саволлар:

1. Бошлангич режа жадвалини кандай усулларда тулдириш мукин ?
2. Энг кам нарх усулида жадвал кандай тулдирилади?
3. Диагоналлар усулида жадвал кандай тулдирилади?
4. Шимолий гарб усулида жадвал кандай тулдирилади ?
5. Потенциаллик шарти качон бузилади ?
6. Цикл суриш операцияси кандай бажарилади?

7.Потенциаллар усули билан текшириш учун тулдирилган катаклар сони нечта булиши керак?

8. Топилган ечим качон оптимал дейилади?

9.Тулдирилган жадвал буйича юк ташиш нархи кандай топилади?

10.Кандай катакларда потенциаллик шарти бузилиши мумкин?

14-Маъруза.Транспорт масаласини дельта усулда ечиш.

РЕЖА:

14.1.Жадвал катакларин тулдириш.
14.2.Сатрларни ажратиш.
14.3.Устунларни тахлил килиш.
14.4.Белгиланган устунларни текшириш.
14.5.Оптимал ечимни топиш.

Адабиётлар5,6,7

Таянч иборалар. Купи билан олинган сатр, ками билан олинган сатр, 0-ли сатр, юк кучириш, белгиланган устун, юк таксимлаш, тугридан – тугри кучириш, 0-ли сатр оркали кучириш.

14.1.Жадвал катакларин тулдириш.

Транспорт масалаларида 10-15та жунатиш ва кабул килиш пунктлари булганда уларнинг оптимал ечимини потенциаллар усули билан топиш мураккаб булади. Бундай масалаларни дельта усулда ечиш ишни анча енгиллаштиради, шунингдек топилган ечимларга караб иктисодий хулосалар хам чикариш мумкин.

Куйидаги транспорт масаласи берилган булсин.

1-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i
A_1	10	19	17	18	16	21	450
A_2	13	14	11	17	18	19	400
A_3	15	11	7	19	19	22	150
A_4	14	13	12	18	21	23	150
A_5	21	23	10	20	15	16	250
b_j	200	300	400	250	150	100	1400

Масаланинг ечимини топиш учун кейинги жадвалга утиш куйидаги тартибда бажарилади.

1) Устундаги C_{ij} ларнинг энг кичигини олиб барча C_{ij} лардан айириб хосил булган

C_{ij}ларни уларнинг остидан ёзиб чикамиз.

2) Хосил булган жадвлда (жадвал-2) 0 булмаган сатрларни олиб шу сатрдаги энг кичкина C_{IJ}ни танлаб олиб шу сатрдаги C_{ij}лардан айириб остидан ёзиб чикамиз

3)Жадвал катакларини битта 0 булган устунни тулдиришдан бошлаймиз.Бунда захирага эътибор бермай эхтиёжга караб катакларга юк куйиб чикамиз.

2-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i	Δa_i	c_{ij}
A_1	10 0 200	19 8	17 10	18 1	16 1	21 5	450	+ Δ 250	8
A_2	13 3	14 3	11 4	17 0 + 100	18 3	19 3	400	+ 300	3
A_3	15 5	11 0 - 300	7 0 400	19 2	19 4	22 6	150	- 550	
A_4	14 4 3	13 2 + 1	12 5 4	18 1 - 150 0	21 6 5	23 7 6	150	0	1
A_5	21 11	23 12	10 3	20 3	15 0 150	16 0 100	250	0	
b_j	200 Δ	300	400	250	150	100	1400		

Δ

4)Жадвал катакларида 2та 0 булган устунларни эхтиёж ва захирани хисобга олган холда тулдирамиз.

Сунгра 3та ва ундан ортик 0 лари булган устундаги катакларни захира ва эхтиёжини хисобга олиб тулдириб чикамиз

14.2.Сатрларни ажратиш

5) Δa_i деб i чи сатрдаги захира билан куйилган юклар микдори орасидаги айирмани белгилаб оламиз. a_i ларни жадвалга янги устун киритиб ёзиб чикамиз (2-жадвал).

6) Агар $\Delta a_i<0$ булса бу купи билан олинган сатр , $\Delta a_i>0$ булса ками билан олинган сатр, $\Delta a_i=0$ булса 0 ли сатр дейилади. Хамма сатрлар 0 сатр булса оптимал ечим топилган булади уз олдимизга куйган максад кандайдир йуллар билан купи билан олинган сатрдаги ортикча юкларни ками билан олинган сатрга кучиришдир.

7) **14.3.Устунларни тахлил килиш** .Купи билан олинган сатрда юки булган устунларни V-белги билан белгилаб оламиз

8) Белгилаб олинган устундаги ками билан олинган ва„ 0” сатрдаги ΔC_{ij} ларнинг энг кичигини танлаб олиб жадвалнинг охирги устунига ёзамиз. Min ΔC_{ij} –ками билан олинган сатрдаги танлаб олинган дельтани $\min\Delta C_{i0j}$ -„0”и сатрдаги билан солиштирамиз. Бунда икки хол булиши мумкин *а*) барча сатрлар учун $\min\Delta C_{ij} \leq \min\Delta C_{i0j}$ *в*) баъзи бир „0”и сатрлар учун $\min\Delta C_{ij} > \min\Delta C_{ioj}$

9) Агар *а*)шарт бажарилса белгиланган устундаги купи билан олинган сатрдагиюкни ками билан олинган сатрдаги $\min\Delta C_{ij}$ га мос келадиган катакка тугридан –тугри кучириб куйилади.Кучириладиган юкнинг микдори $\min(x_{ij};\Delta a_{ir})$ларга караб оинади; бунда x_{ij} белгиланган устундаги купи билан олингансатрнинг катагидаги юк микдори,Δa_{ir} купи билан олинган ва ками билан олинган сатрлардаги айирмаланинг киймати.

10) Агар баъзи бир „0”и катаклар учун *в*)шарт бажарилса кайта таксимлашни занжир буйича олиб борамиз. Занжир купи билан олинган сатрдан ками билан олинган сатрга „0“сатр оркали утади.Занжир тузиш учун белгиланган устунда $\Delta C_{i0j} < \min\Delta C_{ij}$ шарт бажариладиган катакни топиб олиб „+“ ва шу устунда ками билан олинган сатрдаги катакни „-“ ишора билан белгилаймиз .Белгиланган катаклардан занжир тузиб оламиз.

11) Хар бир занжир учун орттирмаларнинг алгебраик йигиндиси $\sum\sum\Delta C_{IJ}$ларни хисоблаймиз.Улар „-“белгили катакада турган булса манфий „+“белгили катакда турган булса мусбат деб каралади .Хосил булган йигиндини $\min\Delta C_{ij}$,билан солиштирамиз *а*) агар$\sum\sum\Delta C_{IJ} > \min\Delta C_{ij}$ шарт бажарилса бу занжирлардан фойдалана олмаймиз. *в*) агар $\sum\sum\Delta C_{ij} < \min\Delta C_{ij}$ шарт бажарилса юк таксимлашни йигиндиси энг кичик булган жадвал буйича бажарамиз.Занжир буйича юкни таксимлаш микдори $\min(x_{ikjr},|\Delta a_{ir}|)$га тенг,бу ерда x_{ikjr}-„–“ишорали катаклардаги юк микдори,Δa_{ir} занжирнинг боши ва охири булган сатрлардаги юк фарклари .Занжир буйича харакатланиб „–“ишорали катакдан таксимлашга мос келадиган сонни айирамиз ва „+“ишорали катакдаги сонга олиб бориб кушамиз, худди шу микдорга Δa_{ir}ни хам узгартириб борамиз натижада истеъмолчининг талабини кондириш учун янги режа хосил киламиз.2-жадвалда ками билан олинган сатрлар учун $\min\Delta C_{ij}=\min(8;3)=3$,худди шу нарсани „0“ли сатр учун хам таккослаймиз $\min\Delta C_{ioj}=\min(1;3)=1$ 3>1.A_4-„0“ли сатр учун *в*)шарт бажарилади демак таксимлашни занжир буйича олиб борамиз.A_4-сатрда $\Delta C_{42}=1$ белгиланган устун турибди , шу катакни „+“ билан белгилаймиз.B_2 устунда купи билан олинган сатрда юк куйилган катак A_3B_2ни „–“ишора билан белгилаймиз.A_3B_2-A_4B_2 буйича харакатланиб занжирнинг биринчи кисмини хосил киламиз ва яна „0“и сатрга келамиз ,бу сатрда тулдирилган катак A_4B_4ни оламиз

ва унга „–“ ишора куямиз.Сунгра B_4устун буйича ками билан булган сатрдаги тулдирилган катаккача борамиз.Бизнинг мисолимизда бундай катаклар иккита B_4A_1ваB_4A_2. Демак 2та занжир тузилади

$$1)A_3B_2\text{-}A_4B_2\text{-}A_4B_4\text{-}A_1B_4$$
$$2)A_3B_2\text{-}A_4B_2\text{-}A_4B_4\text{-}A_2B_4$$

Занжирлар буйича орттирмаларни хисоблаймиз

1)-0+1-0+1=2

2)-0+1-0+0=1.

Куриниб турибдики 2та занжирда хам йигинди $\min\Delta C_{ij}$=3 дан кичик,демак иккала занжирни хам олиш мумкин.Иккинчи занжирда йигинди кичикрок булгани учун ушбу занжирни оламиз.Кайта таксимлаш кийматини аниклаймиз min(300;150;550;300)=150.

3-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i	Δa_1	$\min\Delta C_{ij}$
A_1	10 0 200	19 8	17 10	18 1	16 1	21 5	450	+ 250	8
A_2	13 3	14 3	11 4	17 0 250	18 3	19 3	400	+ 150	3
A_3	15 5	11 0 150	7 0 400	19 2	19 4	22 6	150	- 400	
A_4	14 4 3	13 150 2 1	12 5 4	18 1 0	21 6 5	23 7 6	150	0	1
A_5	21 11	23 12	10 3	20 3	15 0 150	16 0	250	0	3

						100			
$в_j$	200	300	400	250	150	100	1400		

Натижада янги жадвал хосил булди.

14.4.Белгиланган устунларни текшириш

11)Кайта таксимлангандан кейин белгиланган устунларни учириш мумкин ёки йуклигини текширамиз.Агар шу устундаги купи билан олинган сатрдаги катак бушаб колса ёки купи билан олинган сатр „0“ли сатрга айланса,бу устун белгиланганликдан чикади. У холда кейинги кадам 6)дан бошланади.Белгиланган устунлар узгармаса кейинги кдам 7)дан бошланади.

12. Кайта таксимлаш жараёни хамма сатрлар „0“ сатрга айлангунча давом этади.

3-жадвалда белгиланган устунлар ва ками билан олинган стрлар сони узгармади шунинг учун олдинги жадвалдагидек $\min\Delta C_{ij}=3$ваA_4 сатр учун $1<3$ A_2B_2 катакдан бошланадиган ва „0“ сатрнинг A_4B_2 катагидан утадиган занжир буйича янги таксимлаш утказамиз .Лекин A_4B_2 катакдан “0„ сатр буйича харакатлана олмайди чунки бу сатрда бошка тулдирилган катак йук. A_5 „0“ катак учун $\min\Delta C_{ij}=\min\Delta C_{ioj}=3$. Шунинг учун тугридан-тугри A_3 сатрдан A_2B_2 катакка юк кучирамиз .A_2B_2да $\min\Delta C_{ij}$ бор. Кучириш мумкин булган юк микдорини аниклаймиз

$$\min(150;400;150)=150$$

14.5.Оптимал ечимни топиш.

Юк кучириб янги 4-жадвални хосил киламиз. Кайта таксимлаш натижасида A_3B_2 катак буш булиб колди.Демак B_2 белгиланган устунлар сонидан учирилади. A_2 эса „0“ сатр булиб колди .$\min\Delta C_{ij}$ ларни белгиланган устундаги ками билан олинган ва „0“ сатрлар учун хисблаймиз ва уни 4-жадвалнинг охирги устунига ёзамиз.Ками билан олинган сатр учун $\min\Delta C_{ij}=10$ „0“ли сатрдаги ихтиёрий ΔC_{ioj}лар 10дан кичик .Шунинг учун „0“ сатрларнинг хар бири учун занжир буйича кайта таксимлашни куриб чикамиз.6-жадвалда Δa_i ларнинг хаммаси 0 га тенг чикди .Демак масаланинг оптимал ечими топилди.

4-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i	Δa_1	$\min\Delta C_{ij}$

A_1	10 200 0	19 8	17 10	18 1	16 + 1	21 5	450	+ 250	10
A_2	13 3	14 150 3	11 4	17 0 250	18 3	19 3	400	0	4
A_3	15 5	11 0	7 - 0 400	19 2	19 4	22 6	150	- 250	
A_4	14 4 3	13 2 150 1	12 5 4	18 1 0	21 6 5	23 7 6	150	0	4
A_5	21 11	23 12	10 + 3	20 3	15 - 0 150	16 0 100	250	0	3
$в_j$	200	300	400	250	150	100	1400		

5-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i	Δa_i	$\min\Delta C_{ij}$
A_1	10 0 200	19 8	17 + 10	18 1	16 1 150	21 5	450	+ 100	10
A_2	13 3	14 3 150	11 4	17 0 250	18 3	19 3	400	0	4
A_3	15 5	11 0	7 - 0	19 2	19 4	22 6	150	-	

			250					100	
A_4	14 4 3	13 2 1 150	12 5 4	18 1 0	21 6 5	23 7 6	150	0	4
A_5	21 11	23 12	10 3 150	20 3	15 0	16 0 100	250	0	3
$в_j$	200	300	400	250	150	100	1400		

6-жадвал

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	a_i	Δa_i	$\min\Delta C_{ij}$
A_1	10 0 200	19 8	17 10 100	18 1	16 1 150	21 5	450	0	
A_2	13 3	14 3 150	11 4	17 0 250	18 3	19 3	400	0	
A_3	15 5	11 0	7 0 150	19 2	19 4	22 6	150	0	
A_4	14 4 3	13 2 1 150	12 5 4	18 1 0	21 6 5	23 7 6	150	0	
A_5	21 11	23 12	10 3 150	20 3	15 0	16 0 100	250	0	
$в_j$	200	300	400	250	150	100	1400		

Саволлар.

1.Купи билан олинган сатр деб кандай сатрга айилади?
2.Ками билан олинган сатр деб кандай сатрга айтилади?
3.Нолли сатр деб кандай сатрга айтилади?
4.Белгиланган устун деб кандай устунга айтилади?
5.Качон купи билан олинган сатрдан ками билан олинган сатрга юкни тугридан-тугри кучириш мумкин?
6.Качон юкни купи билан олинган сатрдан ками билан олинган сатрга нолли сатр оркали кучириш мумкин?
7.Дельта усулда ечиш качонгача давом эттирилади?
8.Качон белгиланган устун узгаради?
9.Купи билан олинган сатрдан ками билан олинган сатрга нолли сатр оркали кандай утилади?
10.Качон нолли сатр оркали юриб булмайди?

15-Маъруза. Бутун сонли дастурлаштириш

Р Е Ж А

15.1. Масаланинг куйилиши
15.2. Бутун сонли ечимлар туплами.
15.3.Гомори усули.
15.4.Кушимча шартлар киритиш.
15.5. Мисол
15.6.Станоклардан оптимал фойдаланиш масаласи.
15.7.Материалларни оптимал киркиш масаласи.

Адабиётлар 1,3,4,7,12,14

Таянч иборалар. Бутун сонли ечим, ечимлар купбурчаги, соннинг бутун кисми, каср кисми, Гомори усули, кушимча чекланишлар.

15.1. Масаланинг куйилиши

Чизикли датурлаштиришга тегишли булган купгина иктисодий масалалар бутун сонли ечимга эга булиши талаб этилади. Буларга узгарувчи кийматлар булинмас микдорий кийматларга эга булган масалар масалан,корхоналар уртасида ишлаб чикариладиган вазифаларни таксимлаш, самалётларни рейсларга таксимлаш, бокиладиган хайвонлар сони ва хоказолар. Агар бирлик хона масаланинг ечимига унча таъсир утказмаса, бундай масалаларни оддий симплекс усулда ечиб чиккан натижани бирлик хонагача яхлитлаб олиш мумкин.Акс холда яхлитлаб олиш бутун сонли оптимал ечимдан анча узок ечишга олиб келади.

Масаланинг куйилиши ва ечиш усули.

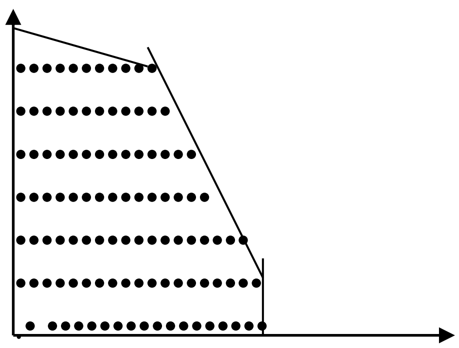
Бутун сонли дастурлаштириш масалалари оддий чизикли дастурлаштириш масалаларидек булади ва факат оптимал ечимда катнашаетган ечимга мусбат, бутун булсин деган шарт хам куйилади.

$$Z=\sum C_j X_j \quad \text{функциянинг}$$

$$\sum A_{ij}X_j=b_i ,i=1,2,...,m$$

$X_j \geq O$, X_j- ,бутун шартларни каноатлантирувчи энг кичик(катта) киймати топилсин.

15.2 Бутун сонли ечимлар туплами Фараз килайлик масаланинг уринли ечимлар туплами куйидаги куп бурчакдан иборат деб.



Ечимнинг бутун булиши шартини хам хисобга олсак, бу туплам алохида олинган нукталардан иборат булади ва бу купбурчак каварик булмайди.

Энг четки бутун ечимларни туташтирадиган ва уклар билан чегараланган купбурчак ясаб борамиз ва унда чизикли дастурлаштиришнинг куйидаги хусусиятларга эга булган масаласи хосил булади.

1) Янги ечимлар купбурчак биринчи ечимлар купбурчакда барча бутун ечимларни уз ичига олади. Унинг хар бир учки нуктаси бутундир.

2) Чизикли функция узининг оптимал ечимига купбурчакнинг учки нукталарида эришар эди, демак бундай ясалган ечимлар купбурчаги масаланинг бутун ечимини топиш имкониятини яратади.

15.3.Гомори усули.

Бундай куйилган масалаларни ечиш учун симплекс усулга асосланган Гомори усулидан фойдаланиб ечилади. Аввал симплекс усул билан масаланинг оптимал режаси ечимнинг бутун булим шартини хисобга олмай топилади. Агар топилган ечим бутун булса, ечим тухтатилади. Агар оптимал режа хеч булмаганда битта булса хам X_i каср ечимга эга булса режанинг компонентоларининг бутун булишини хисобга олувчи кушимча чекланишлар куйилади ва симплекс усулда ечиш янги оптимал режа топулгунча давом эттирилади. Бундай ечиш хамма ечимлар бутун чиккунча еки бутун ечимлар йук исботлангунча давом эттирилади. (x_i- асрли ечим турган сатрдаги хамма x_{ij}лар бутун булса)

Бутун сонли дастурлаштириш масалаларини ечиш учун Гомори усулидан фойдаланамиз. Бу усул симплекс усулига асосланган. Симплекс усулда оптимал ечим топилади, агар топилган ечим бутун булса, хисоблаш ишлари тухтатилади, агар оптимал режа хеч булмаганда битта x_i касрли ечимга эга булса, кушимча шарт киритилади ва яна янги оптимал режа топгунча давом эттирилади. Кушимча шарт киритиш процесси бутун оптимал ечим топулгунча, масаланингбутун сонли оптимал ечими йук эканлигини билгунча давом эттирилади.

Агар x_i касрли булиб шу сатрдаги хамма x_{ij} лар бутун булса масаланинг ечими йук дейилади. Гомори усулининг камчилиги шундаки асосий ва кушимча номаълумларнинг хаммасига бутун деган шарт куйиб борилаверади.

15.4.Кушимча шартлар киритиш.

$A_1, A_2, ..., A_i, ..., Am$,базисда $X=(x_1,x_2,...,x_i ,x_m...,x_n)$ оптимал режа топилган булсин. Унда охирги симплекс жадвал куйдаги куринишга эга булади.

$$X = \begin{pmatrix} x_1\ 1\ 0\ ...\ 0\ ...\ 0\ x_{1,\, m+1}\ ...\ x_{1j}\ ...\ x_{1n} \\ x_2\ 0\ 1\ ...\ 0\ ...\ 0\ x_{2,\, m+1}\ ...\ x_{2j}\ ...\ x_{2n} \\ .... \\ x_i\ 0\ 0\ ...\ 1\ ...\ 0\ x_{i\,,\, m+1}\ ...\ x_{ij}\ ...\ x_{in} \\ xm\ 0\ 0\ ...\ 0\ ...\ 1\ x_{m,\, m+1}\ ...\ x_{mj}\ ...\ x_{mn} \end{pmatrix}$$

x_i - касрли деб фараз килсак x_{ij} ларнинг хам баъзилари касрли $[x_i]$ ва $[x_{ij}]$ деб x_i ва x_{ij} сонларнинг бутун кисмини белгилаб оламиз, яъни x_i ва x_{ij} дан катта булмаган бутун сонларни. Унда x_i ва x_{ij} ларнинг каср кисми q_i ва q_{ij} улар куйдагича аникланади. $q_i = x_i - [x_i]$ $q_{ij} = x_{ij} - [x_{ij}]$ q_i ва q_{ij} лар манфий эмас.

Масалан,

$X_i=7,3$ $[x_i]=7$ $q_i=0,3$, $x_i=-2,3$ $[x_i]=-3$ $q_i=0,7$

Шартга кура $x_j(j=1,n)$ - манфий эмасб, бутун унда $[(q_{i\,1}x_1+q_{i\,2}\,x_2 + ...\, q_{in}x_n) - q]\geq 0$ айирма хам бутун мусбат сондир. Бу тенгсизликнинг чап томонидаги бутун мусбат x_{n+1} номаълумни айириб тенгламага айлантирамиз. Тенгламани - 1 га купайтириб охирги симплекс жадвалга киритамиз, икки еклама симплекс усулини куллаб янги режа хосил киламиз. Агар хосил булган ечим бутун сонлардан иборат булса тухтатилади, акс холда охирги симплекс жадвалдан фойдаланиб янги кушимча шарт тузамиз.

Агар оптимал режада бир нечта каср x_i лар булса, кушимча шартни max q учун тузамиз. Бу бутун сонли ечим топиш процессини тезлаштиради. Кушимча шарт киритишнинг геометрик маъноси куйдагича

Q купбурчакнинг А(•) да Z max га эришсин Z(A)=max, лекин А нинг координаталари касрли I ва II буйича бутун сонли булиш чегараси четки (•) си A^1 булган

Q^1 сохани кесиб олади ва бу нуктада максад функция максимумга эришади.

15.5Мисол: $Z=x_1-x_2-3x_3$ функциянинг

$$\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3\le 1 \\ -4x_1+2x_2-x_3\le 2 \\ 3x_1+x_3\le 5 \end{cases}$$

$x_j\ge 0$ x_i - бутун шартларни \каноатлантирувчи минимуми топилсин. Бу масаланинг оптимал ечими куйдагича.

x_1 ва x_2 ечимлар касрли кушимча шартлар киритамиз. Кушимча шартни $x_2=11/3$ учун киритамиз.11/3 =3 2/3 каср кисми энг катта

$q_2=x_2-[x_2]=11/3-3=2/3$
$q_{21}=q_{22}=q_{23}=0$
$q_{24}=-1/3-(-1)=2/3$
$q_{25}=1/3-0=1/3$
$q_{26}=2/3-0=2/3$

Кушимча шарт куйдаги куринишда булади

$2/x_4+1/3x_5+2/3x_6-2/3\ge 0$

Тенгсизликни (-1) га купайтириб ва кушимча номаълум киритиб тенгламага айлантирамиз

$-2/3x_4-1/3-x_5-2/3x_6+x_7=-2/3$

Демак, бу ерда бутун сонли ечим x(0;3;4) да Z min=-15 келиб чикади.

Баъзи бир бутун сонли дастурлаштиришнинг иктисодий масалалари.

15.6. Станоклардан оптимал фойдаланиш масалалари.

Корхонада m-турдаги станоклардан мос равишда b_i (i=1,m) донадан бор хар бир станокда k_j(j=1,n) бирликдан кирадиган n-турдаги детал ишлаб чикариш мумкин. a_{ij} - i чи тур станокни j-тур детални ишлаб чикаришдаги унумдорлиги. Махсулотлар комплектини ишлаб чикаришни максимум кийматини таминлайдиган станокларни ишлатиш режасини тузинг. i-чи станокда j-ги детални ишлаб чикарадиган сонини x_{ij} деб белгилаб оламиз.

Бирлик вактда уларнинг a_{ij} x_{ij} - ишлаб чикарилсин ва барча турдаги станокларда умумий ишлаб чикариш сони

$Z_j = \sum a_{ij} x_{ij}$

Хар бир комплектда k_j - та деталь катнашганини хисобга олсак Z_j/ K_j нисбат j-тур деталдан тузиладиган комплектлар сонини аниклайди.

Барча деталлар тури буйича тула комплектлар сони шу нисбатларнинг энг кичигига караб олинади. Тула комплектлаштириш шарти бажарилиши учун куйдаги тенглик бажарилиши учун куйдаги тенглик бажарилиши керак
$Z_1/K_1=Z_2/K_2=... =Z_n/K_n$

Бунда комплектлаштириш учун n=1 та чекланишлар хосил киламиз.

$$Z_j/K_j=Z_1/K_1 (j=1,2,3,...,n)$$

$$\sum(a_{ij}x_{ij} -K_j/K_1 a_{i1}x_{i1})=0$$

Станоклар тулик ишлатилиши керак эканлигини хисобга олсак яна m-та чекланишлар системаси хосил булади.

$\sum x_{ij}=b_i$ (i=1,2,...,m)
$x_{ij} \geq 0$ (i=1,2,...,m; j=1,2,...,m; j=1,2,...,n)

Шундай килиб $Z=\max(\min\limits_{1\leq j\leq n} 1/K_j \sum a_{ij}x_{ij})$ ни

$$\sum x_{ij}=b_i, i=1,2,...,m$$

$$\sum (a_{ij} x_{ij} -K_j/K_1 a_{i1}x_{i1})=0$$

$x_{ij} \geq 0$ x_{ij} - , Бутун шартларни каноатлантирувчи киймати топилсин.

15.7.Материалларни оптимал киркиш масаласи .

Корхонада m- турдаги хар бири мос равишда b_i (i=1,m) бирликдан булган партиядаги материалларни киркиш талаб этилади. Хар бир партиядаги киркимлар улчами бир хил. Агар хар бир бирлик материалларни деталларга n-хил усул билан киркиш мумкин булса ва i-чи партияни j-чи усул билан кирканда rдаги деталдан a_{ij} та кирким хосил килинса, хамма турдаги материаллар партиясидан бирига p-турдаги деталлардан K_r ($r=1,2,...,p$) тадан кирадиган килиб тузилган комплектларнинг Zмаксимал киймати топилсин. Масаланинг математик моделини тузиш учун x_{ij} деб j -чи усул билан киркилган i- чи партиядаги материаллар сонини белгилаб оламиз. Унда j-чи усул билан киркилган i - чи партиядаги a_{ijr} x_{ij} -r турдаги деталларни хосил киламиз.

Хамма i- партиядаги n-турдаги барча киркиш усулларини куллаб r- турдаги деталлардан

$\sum a_{ijr}\ x_{ij}$ та, ва хамма m-партиялардан

$Z = \sum\ \sum\ a_{ijr}\ x_{ij}$ та детал хосил килинади.

Хар бир комплектда K_r деталь киради, шунинг учун Z_r/K_r нисбат ($r=1,2,...,p$) турдаги деталларда тузиладиган комплектлар сонини аниклайди. Тула комплектлаштириш учун $Z_1/K_1=Z_2/K_2=... =Z_r/K_r=... =Z_p/K_p$

$p=1$ та нисбатини ихтиерий r таси оркали ифодалаш мумкин $Z_r/K_r = Z_1/K_1$ ($r=2,3,... ,P$) еки $Z_r=K_r\ Z_1/K_1$ Z_r ва Z_1 ни кийматлари билан алмаштириб комплектлаштириш буйича p-1 та чекланиш хосил киламиз.

$\sum\ \sum a_{ijr}\ x_{ij} = K_r/K_1 \sum\ \sum a_{ij},\ x_{ij}$

Материаллар сони буйича чекланишлар системаси

$\sum x_{ij} = b_i$ ($i=1,m$)

Мисол, 3 турдаги бруслар комплектини ясаш учун икки партиялар мавжуд. Биринчи партия узунлиги 6,6 м дан булган 90 та егоч, иккинчиси 4,8 м дан 60 та комплект хар бири 2,2 м дан 2 та ва битта 1,3 м лик бруслардан иборат.

Егочларни кандай килиб киркиб максимал сондаги комплект хосил килиш мумкин. a_{ijr} ($i=1,2,r = 1,2$) ларни аниклаймиз ва куйдаги жадвалга езиб оламиз.

Партия	Брус улчами	Киркиш усуллари					Z_i
		1	2	3	4		
I	2,2 м 1,3 м	3 -	2 1	1 3	- 5		Z_1 (6,6 m) Z_2
II	2,2 м 1,3 м	2 -	1 2	- 3	- -		Z_1(4,8 m) Z_2

x_{ij} -деб I ва II партияда ($i= 1,2$; $j=1,2,3,4$) 1,2,3,4 -усул билан киркилган егочлар сонини белгилаймиз ва масаланинг математик моделини тузамиз. Комплектлаштириш буйича чегарани $Z_1/2=Z_2/1$ $Z_1=2Z_2$ тенгликдан хосил киламиз.

$3x_{11}+2x_{12}+x_{13}+2x_{21}+x_{22}=2(x_{12}+3x_{13}+5x_{14}+2x_{22}+3x_{23})$ $3x_{11}-5x_{13}-10x_{14}+2x_{21}-3x_{22}-6x_{25}=0$

Материал ресурслар буйича чекланишларни хисобга олиб куйдаги математик моделларни тузиб оламиз.$Z=x_{12}+3x_{13}+5x_{14}+2x_{22}+3x_{23}$
функциянинг

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=90$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}=60$$
$$3x_{n}-5x_{13}-10x_{14}+2x_{21}-3x_{22}-6x_{23}=0$$
$$x_{ij}\text{-бутун},\ x_{ij}\geq 0$$

шартларни каноатлантирувчи максимуми топилсин. Масалани ечиб куйдаги оптимал режани хосил киламиз.

$x_{11}=81, x_{14}=9$; $x_{22}=60$, $x_{12}=x_{13}=x_{21}=x_{23}=0$
$Z\ max=165$

Яъни максимум 165 та комплект хосил килиш учун 81 та 6,6м лик егочни 3 та дан 2,2 м лик , 9та 6,6 м лик егочни 5 та 1,3 м лик 60 та 4,8м лик егочни 3 та 1 таси 2,2 м ва 2 таси 1,3 м лик килиб келиши мумкин.

С А В О Л Л А Р.

1.Бутун сонли дастурлаштириш масалаларига кушимча шарт кандай киритилади?
2. Бутун сонли дастурлаштириш масалалари каерларда ишлатилади?
3.Качон масала бутун сонли ечимга эга эмас дейилади?
4.Бутун сонли дастурлаштириш масалаларининг уринли ечимлар туплами кандай булади?
5.Кушимча шарт кандай киритилади?
6.Манфий соннинг бутун кисми кандай топилади?
7. Соннинг бутун кисми деганда нимани тушунасиз?
8. Киритилаетган кушимча шартнинг маъноси нима?
9. Бутун сонли дастурлаштириш масалаларининг уринли ечимлар туплами каварикми?
10. Бир нечта каср ечимлар булса, кушимча шартни кайси ечим буйича киритилади?

16-Маъруза УЙИНЛАР НАЗАРИЯСИ.

РЕЖА:

16.1Уйинлар назарияси хакида тушунча.
16.2 Уйин матрицаси.
16.3Стратегия.
16.4Ютуклар функцияси.
16.5Матрицали уйиннинг ечими.
16.6 Матрицали уйинни чизикли дастурлаштириш масаласига олиб келиш.
16.7.Масала

Адабиётлар 5,7,14

Таянч иборалар. Уйин матрицаси, уйин ютуги, аралаш стратегия, соф стратегия, ютуклар функцияси, математик кутиш, эгар нукта.

16.1 Уйинлар назарияси хакида

Ишлаб чикаришни бошкариш ва иктисодиет сохасида куп амалий масалаларни ечиш жараенида икки томон карама- карши максадларга эга булиб, томонлардан бирининг оладиган натижаси иккинчисининг кандай йуналиши танланганлигига боглик буладиган холлар жуда куп учрайди.

Бундай ходисалар конфликтли жараенлар (ситуация) деб аталади.

Инсон фаолиятининг турли сохаларидаги конфликтли (ситуация) ларни математиканинг замонавий тармокларидан бири уйинлар назарияси урганади.

Конфликтли жараенлар уз ичига жуда куп омилларни олади ва уларни караш жуда мураккаблашади. Жараенни урганиш кулаш булиши учун асосий булмаган, иккинчи даражали омилларни хисобга олмасдан, бор эътиборни асосий омилларни тахлилига каратиб, реал ситуацияни танлаб унинг математик моделини тузамиз. Бу модел уйин деб аталади.

Хакикий конфликтли ситуациядан уйин узининг танлаб олинган коида ва шартлари билан фаркланади. Уйинда иштирок этаетган томонлар уйновчилар деб аталади.

Уйинлар назариясини биринчи яратувчи олимлардан бири Неймандир. У куйидагидек масалаларни ечиш билан шугулланади: “Агар n- та $p_1,p_2,...,p_n$ уйновчилар бирор Т- уйинни уйнаетган булса, i- уйновчи бу уйинда ютиб чикиши учун кандай стратегияни танлаш керак?”. Бу ерда биз “уйин” деганда маълум келишиб олинган шарт ва коидалар тупламини, “партия” деганда шу шарт ва коидаларнинг амалга оширилишини тушунамиз. Хар бир партиядан кейин p_i уйновчи уйиннинг ютуги деб аталмиш v_i ютукка эга булади (пул, очко ва хоказо) .

Баъзи уйинларда ютказилган пуллар (очколар) йигиндиси ютилган пуллар(очколар) йигиндисига тенг булади. Масалан, P_1 уйновчи V_1 сум ютказса, P_2 уйновчи V_1 сум ютиши мумкин. Бу холда уйиндаги ютуклар йигиндиси 0 га тенг булади.

$$v_1+v_2+...+v_n=0$$

Бу ерда биз хар бир уйновчи факат ютади деб фараз киламиз, чунки бирор уйновчи V сум ютказса унинг ютуги (-V) сумга тенг булади деб олиш мумкин.

Мисол тарикасида куйидаги уйинни караймиз. Биринчи уйновчи (P_1) уйин кубикини ташлаганда раками жуфт ёки ток чикишини танлайди. иккинчи уйновчи (P_2) хам P_1 уйновчи кандай ракамни танлаганини билмаган холда бирор ракамни танлайди. Агарда икки уйновчи бир хил ракамни танлаган булсалар P_1 уйновчи 1 очко ютади акс холда, P_2 уйновчи 1 очко ютади. Бу уйинни куйидаги жадвал куринишда ифодалаш мумкин:

$$\begin{array}{ll} & \begin{array}{cc} \text{Жуфт} & p_2 \quad \text{ток} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Жуфт} \\ P_1 \\ \text{ток} \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ & \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Сатрдаги ракамлар P_1нинг ютугини , устундаги ракамлар эса P_2нинг ютказишини билдиради.

Бу уйинда P_1 хар вакт ютади деб айтамиз, чунки P_1 ютказса унинг ютуги

(-1) га тенг булади.

16.3Уйин матрицаси.

Шундай килиб, берилган уйиннинг шартларини куйидаги

$$\begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix}$$

матрица оркали ифодалаш мумкин. матриканинг катори P_1нинг танлаш имкониятига, устуни P_2 нинг танлаш имкониятига мос келади.Бу ерда биринчи сатрдаги биринчи ракам P_1жуфт ,P_2 хам жуфт танлаганида P_1 1 очко ютишини билдиради.Шу сатрдаги иккинчи ракам P_1 жуфт ва P_2 ток ракамни танласа P_1 1 очко ютказишини ёки P_2 1очко ютишини билдиради.

1-таъриф. Хар кандай Г уйин, уйин матрицаси деб аталувчи

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}\ a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{21}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}\ a_{n2}\dots a_{nn} \end{pmatrix}$$

матрица оркали аникланиши мумкин. Бу матрица биринчи уйновчи учун ютуклар матрицаси деб юритилади.

a_{ij} элемент -P_1 уйновчи матрицанинг i- каторига мос келувчи юришни, P_2 уйновчи j- устунга мос келувчи юришни танлагандаги P_1 уйновчининг ютук суммасини билдиради.

16.3Стратегия.

2-таъриф. Компоненталари $x_i \geq 0$ ва $\sum x_i=1$ шартларни каноатлантирувчи $x=(x_1,x_2,...x_m)$ вектор бирор P_1 уйновчининг аралаш стратегияси дейилади.

Худди шунингдек $y_i \geq 0$, $\sum y_i=1$ булса, $Y=(y_1,y_2,...,y_n)$ вектор P_2 уйновчининг аралаш стратегияси дейилади.

x_i ва y_i лар мос равишда P_1 ни узининг i- юришини (каторини) ва P_2 узининг j- юришини (устунини) танлаш частоталарини билдиради.

3-таъриф. i- компонентаси 1 га тенг булиб колган компоненталари “О” га тенг булган X аралаш стратегияни P_1 -уйновчининг соф стратегияси дейилади.

Масалан, (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1) худди шунингдек, j- компонентаси 1 га тенг булиб, колган компорненталари “О” га тенг булган У аралаш стратегияни P_2 уйновчининг соф стратегияси деб атаймиз.

Ютук матрицаси

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}\ a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}\ a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

булган матрицали уйинни курайлик. Агар P_1 уйновчи i-соф стратегияни танласа, у камида min a_{ij} ютукка эга булади.P_1 уйновчи узининг ютугини максимал килишга харакат килади. Демак у шундай i- соф стратегияни танлаши керакки, унинг ютуги max булсин, яъни P_1 уйновчи max (min a_{ij}) берувчи соф стратегияни танлайди.

$$A=\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 4 \end{array}\begin{pmatrix} 5\ 0\ 4 \\ 13\ 3 \\ 2\ -10 \end{pmatrix}$$

P1 -уйновчи 1 -соф стратегияни танласа у энг камида 0 ютукка эришади.

2-соф стратегияда унинг ютуги камида 1 га тенг булади: 3-соф стратегияда эса камида 1 ютукка эга булади. демак у 2-соф стратегияни танлайди ва бу холда унинг ютуги

$$\max (\min a_{ij})=a_{22}=1$$

булади.

Агарда P_2 уйновчи 1-соф стратегияни танласа, у энг купи билан 4 очко ютказади. 2-соф стратегияда 5 очко 3 ва 4 очко стратегия, 4 очко ютказади, P_2 уйновчи узининг ютказишни минимал килишга харакат килади. Демак 3 соф стратегияни танлайди.P_2 учун ютказиш суммаси

$$\min_{j} \max_{i} a_{ij}=a_{23}=3$$

2- мисол. $$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Матрицали уйинда P_1 уйновчи 1-соф стратегияни танласа, энг камида 3 очко ютади, 2 соф стратегияда 1 очко, 3 соф стратегияда эса 0 очко ютади.

P_1 уйновчи 1-соф стратегияни танлайди ва унинг ютуги

$\max (\min a_{ij})=3$ булади.

Худди шунингдек, P_2 уйновчи 1-соф стратегияни танласа, у энг купи билан 3 очко ютказади, 2 соф стратегияда 7,3-соф стратегияда 6 очко ютказади. P_2 уйновчи узининг ютугини минималлаштиришга харакат килади.

Шунинг учун

$$\min_{j}(\max_{i} a_{ij})=\min (3;7;6)=3$$

каноатлантирувчи 1- соф стратегия y=(1;0,0,) ни танлайди.

Шундай килиб берилган уйинда p_1 уйновчининг X=(1,0,0) соф стратегияси учун

$$\min(\max a_{ij})=\max(\min a_{ij})=3$$

шарт уринли булганлиги сабабли улар оптимал соф стратегия дейилади. Бу мисолда А матрицанинг a_{11} элементи уз устунида максимал ва сатрида минимал элемаент буляпти. Бундай нуктани(элементни) эгар нукта деб атаймиз.

16.4Ютуклар функцияси.

4-таъриф.P_1 уйновчининг ютуклар функцияси еки бошкача айтганда унинг ютугининг математик кутилиши.

$$E(X,Y)=XAY=\sum \sum x_i a_{ij} y_j$$

формула билан аникланади, бу ерда $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ P_1 уйновчининг ва $Y=(y_1,y_2,...,y_n)$ уйновчининг ихтиерий аралаш стратегиялари.

16.5Матрицали уйиннинг ечими .

5-таъриф. Матрицали Г-уйиннинг ечими деб шундай

$$Y_o=(x^o{}_1,x^o{}_2,...,x^o{}_m)\ , \quad Y_o=(y^o{}_1,y^o{}_2,...,y^o{}_n)$$

жуфт аралаш стратегияларга ва хакикий V сонга айтиладики, агар $j=1,2,...,n$ соф стратегиялар учун

$$E(X_o,j)\geq V$$

булиб, $i=1,2,...,m$ соф стратегиялар учун

$$E(i, y)\leq V$$

булса $X_o,У_o$ векторлар оптимал стратегия, V эса уйининг бахоси деб аталади.

Мисол. $A=\begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix}$ матрицали уйин учун

$X=(1/2;1/2)$, $Y=(1/2;1/2)$ - векторлар оптимал стратегиялар булиб, уйининг бахоси “О” га тенг.

16.7.Масала

Уйинлар назарияси ишлаб чикаришни режалаштириш, бошкариш, прогнозлашда жуда кул келади.

Агар оптималлаштириш масалалари ердамида максадга эришиш учун мавжуд чекли ресурслардан эффектив фойдаланиш усуллари каралса, конфликтли ситуацияли масалалар ердамида гарантияли натижаларга эриштирадиган стратегияларни ишлаш билан шугулланилади.

Чул зонасида экиладиган бахорги бугдой минерал угитлардан азот ва фосфорни яхши кабул килади.

Хосилдорликнинг ошиши бериладиган угит микдорига ва тупрокнинг нмлигига боглик булади. Кургокчилик йилларида минерал угитларнинг самарадорлиги анча камаяди. Фараз килайлик хужа菩ик бахорги бугдойга суперфосфатни (P_20) куйидаги микдорда: 45,60,90 ва 120 емгир егишига караб шудгорни тайерлаш даврида, экиш олдидан, эрта бахорда ва май ойида солиши мумкин.

Фараз килайлик емгир егиш даврига караб берилган минерал угит микдорига мос равишда хосилдорликнинг микдорий узгариши куйидаги жадвалдагидек эканлигини аникладик деб турли нормада ва емгир егиш вактига караб супер фосфат солиниши натижасидаги бугдой хосилдорлиги.

Суперфосфат солиниш нормаси (1 га 1 кг P_2 05)	Емгир егиш вакти			
	Шудгорни тайерлаш вактида	Экиш олдидан	Эрта бахорда	Май ойида
45	27,1	28,7	30,5	31,0
60	28,3	28,.5	28,6	29,0
90	29,6	29,9	31,.7	33,0
120	31,0	32	31,2	31,7

Емгир егишга караб суперфосфатни кандай микдорда бахорги бугдой экин майдонига солсак, оладиган хосилимиз энг оптимал булади.

Бу масалани ечишда хар гектар майдонга суперфосфат сонинг емгир егиш даврини табиатнинг соф стратегияси деб олинади.

Бу уйининг тулов матрицаси.

$$A= \begin{array}{ccccc} X_1 & 27,1 & 28,.7 & 30,5 & 31,.0 \\ X_2 & 28,3 & 28,5 & 28,6 & 29,0 \\ X_3 & 29,6 & 29,9 & 31,7 & 33,0 \\ X_4 & 31,0 & 32,.0 & 31,2 & 31,7 \end{array} \qquad (1)$$

Хужалик ва табиат туртадан соф стратегияга эга уларни тахлил килиб чикамиз.

Хужаликка кайси даврда емгир егиш аник булса уз стратегиясини танлаш осон булар эди.

Хакикатдан табиат уз стратегияларидан бирини y_1, y_2, y_3, y_4 куллаган десак, хужаликнинг энг яхши танловчи хужаликни x_1, x_2, x_3, x_4 оптимал хосилдорликка 31,32, 31,7, 33 эриштирадиган йули булади.

Амалда емгир кайси даврда егиши аник эмас, шунинг учун хужалик кандай йул тутишни билмайди. Хужалик табиатнинг энг емон булиши шартларини хисобга олади. Хужалик уз стратегияларидан бири x_1,x_2,x_3,x_4 ни танлайди табиатнинг жавоб юриши y_1,y_2,y_3,y_4 булади ва бунга мос ютук (энг юкори хосилдорлик) 27,1, 28,3,29,6, 31 га тенг булади.

Агар у табиат эмас иккинчи уйинчи булганда эди, у хужаликнинг танлаган стратегиясига караб йул танлар эди, лекин табиат бундай кила олмайди.

Демак иккала холда хам хужаликнинг уз стратегиясини танлаш имконияти йук. Шунинг учун хужаликнинг стратегиясини хар бир мумкин булган стратегияларни тахлил килиб танлаб оламиз.

Мумкин булган туртта стратегиядан кайси бирдир x_i ни танлаб олганда, табиат узини танлаган y_i стратегияси билан хужалик узининг энг камида канча ютукка эга булишини хисобга олади, яъни

(2) $\alpha_i = \min\limits_{j} a_{ij}$ a_{ij}-хосилдорлик курсаткичи

Тулов матрицаси (1) дан куриниб турибдики ихтиерий туртала стратегиядан бирини танлаганда энг кам ютук куйидагича булади: $\alpha_1=27{,}1$, $\alpha_2=28{,}3$, $\alpha_3=29{,}6$ $\alpha_4=31$.

Бу сонлар барча туртта устун буйича хам солиштирганда энг кичик 27,1 сони энг кичик ва у энг кам юутк хосилдорликнинг (ютукнинг) гарантияланган сатхи деб юритилади. Бу деган суз табиат томонидан энг нокулай стратегия (факат бир марта шудгор тайерланаетганда емгир егса) танланса хам шу хосилдорликка эришиши мумкин. Лекин хужалик таваккал килмасдан уз стратегияларидан шундай x_iни танлайдики α_i максимал кийматга эга булсин,

$$\alpha = \max \alpha_i \qquad (3)$$

(3) га (2) ни олиб бориб куйсак

$$\alpha = \max_{i} (\min_{j} a_{ij}) \qquad (4)$$

ни хосил киламиз.

А катталик хосилдорликни энг куйи сатхларининг ичидан, энг каттасидир.

Бизнинг мисолимизда $\alpha=31$

А- уйиннинг куйи нархи.

Худди шунингдек фикр юритишни табиат томонидан хам курашимиз мумкин.

Унинг шартлари хужаликнинг ютугини имкони борича камайтириш, чунки табиатнинг ютказиши хисобланади. Бу ютказишларни куйидагича белгилаб оламиз.

$\beta_j = \max\limits_{i} a_{ij}$ Ва $\beta = \min\limits_{j} \beta_j$, $\beta=\min\limits_{j}(\max\limits_{i} a_{ij})$

энг куп ютказиш, еки табиат томонидан гарантияланган хосилдорлик:

β_1=31, β_2=32, β_3=31,7, β_4=33

буларнинг энг кичик

$$\beta=\min_{j}\ (\max_{i} a_{ij}0\ 31$$

$$\max_{i}\ (\min_{j} a_{ij}) = \min_{j}\ (\max_{i} a_{ij}) = 31$$

Демак i-чи сатр , j-чи устунда турган a_{ij} =31 эгар нукта деб аталади.
Демак хужалик x_4 стратегияни танлайди, чунки бундан бошка стратегияда гарантияланган ютук камаяди, худди шунингдек табиат y_1 стратегияни танлайди чунки ундан бошкасида ютказиш камаймайди ошади. Бу стратегиялар оптимал соф стратегия лар деб юритилади. Бу стратегияларни топиш масаланинг оптимал ечими дейилади.
Хужаликда 120 кг суперфосфатни ерга солиш энг емон табиий шароитда хам 31 ц дан бугдой олиш имконини яратади.
Экин эккунча емгир егса 32 ц, эрта бахорда емгир егса 31,7 ц, майда егса 33 ц хосил олади.

С А В О Л Л А Р.

1. “Уйин” деб нимага айтилади?
2. “Партия” деб нимага айтилади?
3. Аралаш стратегия деб нимага айтилади?
4. Соф стратегия деб нимага айтилади?
5. Кандай нукта эгар нукта дейилади?
6. Уйин матрицасидаги сатр нимани билдиради?
7. Уйин матрицасидаги устун нимани билдиради?
8. Уйин матрицаси нима?
9. Матрицали Г-уйиннинг ечими деб нима айтилади?
10. Ютук матрицасидаги сатр нимани билдиради?

17-МАЪРУЗА. ДИНАМИК ДАСТУРЛАШТИРИШ МАСАЛАЛАРИНИНГ УМУМИЙ ХАРАКТЕРИСТИКАСИ

РЕЖА

17.1Динамик дастурлаштириш масалалари хакида тушунча.
17.2.Динамик дастурлаштириш масалаларининг хусусиятлари.
17.3.Бошкариш стратегияси.
17.4.Ресурсларни таксимлаш масаласи.
17.5.Ечимларни тахлил килиш.

АДАБИЁТЛАР 6,7,11,14,15.

Таянч иборалар. Динамика, жараён, боскич, кадам, фойда, бошкариш стратегияси, оптимал стратегия, бошкариш мезони.

17.1.Динамик дастурлаштириш масалалари хакида тушунча.

Динамик дастурлаштириш оптималлаш масалаларини ечишда кулланиладиган,хозирги замонда яратилган энг янги математик усуллардан биридир.Бу усулдан фойдаланиб,электрон хисоблаш машиналари ердамида иктисоднинг, математиканинг ва механиканинг ута мураккаб масалаларини ечиш мумкин.

Хозиргача курилган хар хил иктисодий жараенларни акс эттирувчи чизикли ва чизиксиз дастурлаштириш масалалари вактга боглик булмаган,яъни статик масалалардир.Шунинг учун,бу масалаларнинг оптимал ечимларини режалаштиришнинг факат бир боскичи учунгина топиш мумкин.Бундай типдаги масалалар,одатда, бир боскичли масалалар деб юритилади. Динамик дастурлаштириш усулининг номидан бу усулни факат вакт билан боглик масалаларга куллаш мумкин,деган хулосага келиш мумкин,чунки динамика деган суз вакт билан боглик булган жараенни билдиради.Бирок бу усул билан вакт умуман иштирок этмаган масалаларни хам ечиш мумкин.

Демак,динамика каралаетган масалада эмас,балки уни ечиш усулидадир яъни,каралаетган масалани ечиш жараени изланаетган ечимни топишга олиб келадиган вакт буйича кетма-кет бажарилиши зарур булган бир неча боскичга булинади. Шунинг учун хам динамик дастурлаштириш масалалари куп боскичли еки куп кадамли масалалар дейилади.

Динамик дастурлаштириш назариясини яратишда америкалик олим Ричард Белманнинг хиссаси каттадир.Динамик дастурлаштириш масалаларини ечишда мухим роль уйнайдиган функционал тенглама деб юритилувчи тенгламани хам мана шу олим яратгандир.

17.2.Динамик дастурлаштириш масалаларининг хусусиятлари.

Динамик дастурлаштириш усули билан ечиладиган куп боскичли масалаларнинг алохида хусусиятлари куйидагилардан иборат.

1. Хар бир кадамдаги холати $\mathbf{X} = (x_1 ,x_2 ,...,x_n)$ вектор билан аникланадиган бирон-бир жараенга еки тизимга эга булайлик.Бу

жараеннинг бундан кейинги холати факат мана шу **X** векторга боглик булиб,унинг шу холатга кандай йул билан келтирилганлик сабабига боглик булмаслиги еки бошкача килиб айтганда, бир кадамдан бошка кадамга утиш жараени хотирада сакланмайдиган булиши керак.

2. Жараен бирин-кетин бажариладиган n та боскичга еки кадамга булиниши керак. Хар бир кадамда жараенни $\mathbf{x}_{k-1}$ холатдан $\mathbf{X}_к$ холатга келтирувчи $\mathbf{v}_к =(v_1 ,v_2...,v_n)$ бошкаришни танланиши керак. У холда X_k холат X_{k-1} ва v_k нинг функциясидан иборат булади яъни

$$\mathbf{X} =X (\mathbf{X_{k-1}} ;\mathbf{v_k}).$$

Жараен хотирада сакланмайдиган булганлиги учун $\mathbf{v_k}$ бошкариш факат $\mathbf{X_{k-1}}$ векторнинг функцияси булади,яъни

$$\mathbf{V_k} =V (\mathbf{X_{k-1}}).$$

3. Хар бир кадамда олинадиган фойда R_K булса,у X_{K-1} ва v_K нинг функцияси булади,яъни

$$R_K=R (X_{K-1} ;v_K).$$

n кадамда олинадиган умумий фойда эса, куйидаги

$$R = \Sigma R (X_{K-1} ;v_K) \qquad (1)$$

формула билан аникланади.

4.Хар бир кадамга мос келувчи шундай v ,k=1,n бошкаришни танлаш керакки,n кадамда олинадиган умумий фойда энг куп булсин.Бундан ташкари,$\mathbf{X}_{K-1}$ вектор ва v_k бошкариш узининг кийматларини мумкин булган сохалар G_1 ва G_2 дан кабул килсин,яъни $\mathbf{X}_{K-1} Є G$**,** $\mathbf{v_K} Є G$.

17.3.Бошкариш стратегияси.

.Жараенни еки каралаетган тизимни бошлангич холатдан охирги X холатга утказадиган мумкин булган бошкаришлар $v_1 ,v_2 ,...,v_n$ туплами,яъни

$$\mathbf{v} = v(v_1 ,v_2 ,...,v_n)$$

б о ш к а р и ш с т р а т е г и я с и дейилади.

Кетма-кет аникланадиган ва (1) функцияга максимум киймат берувчи $X_{к-1}$,$v_к$ (k=1,n) лар о п т и м а л с т р а т е г и я дейилади.

(1) куринишидаги максад функцияга бошкариш мезони дейилади. Биз куйидаги бошкариш мезони (1) куринишда буладиган оптималлаш масалалари хакида тухталиб утамиз. Бундай масалалар ичида энг соддаси ресурсларни таксимлаш масаласидир.

17.4. Ресурсларни таксимлаш масаласи.Фараз килайлик, биз маълум микдордаги ресурсларга эга булайлик,яъни бизнинг ихтиеримизда маълум сондаги одамлар,машиналар,сув ва ракеталар учун екилгилар ва хоказолар булиб,бу ресурсларни хар хил йул билан ишлатиш имкониятига эга булайлик.

Бу имкониятларнинг хар бири ж а р а е н дейилади.Хар бир жараенда фойдаланиб,маълум бир микдордаги фойда оламиз еки маълум бир нархга эга булган махсулот ишлаб чикарамиз.Олинадиган фойданинг микдори еки бор булган ресурсларнинг барчасидан еки унинг бир кисмидан ишлаб чикариладиган махсулотнинг нархи ресурсларни кандай килиб таксимлашимизга ва улардан кандай фойдаланишимизга богликдир.

Асосий максад - хар бир жараенда ресурсларни шундай таксимлаш керакки,олинадиган фойда энг куп булиб,сарф буладиган харажат энг кам булсин.

Шундай килиб,ресурсларни таксимлаш масаласини куйидагича баен килиш мумкин: n хил йул билан фойдаланиш мумкин булган ресурслар ва уларни таксимлаш йуллари хар хил булсин.i хил таксимлашда (i=1,n) фойдаланиладиган ресурснинг микдори x_i булиб,олинадиган фойданинг микдори g_i (x_i) булса,умумий фойда энг куп буладиган килиб таксимлаш кераклиги аниклансин.

Куйилган масаланинг математик моделини тузамиз.Ресурслардан фойдаланиш имкониятимиз i=1,n га ва хар бир имкониятдан келадиган фойда еки ресурслардан фойдаланиш учун кетган харажат микдори $g_i(x_i)$ булгани учун умумий фойда

$$z=\Sigma g_i(x_i) \qquad (2)$$

га тенг булади.Хар бир имкониятлардан фойдаланадиган ресурслар микдорининг йигиндиси ресурсларнинг умумий микдорига тенг булганлиги учун

$$\Sigma x_i =X,\ x_i>0,\ i=\overline{1,n} \qquad (3)$$

тенглик уринлидир.Энди ресурсларни таксимлаш масаласини куйидагича баен килиш мумкин.Чекланиш шартлари (3) ни каноатлантирадиган шундай x ва n ларни топиш керакки,максад функция (2) энг катта кийматга эришсин.(2) нинг максимум киймати ресурсларнинг умумий микдори X ва имкониятлар сони n га боглик булгани учун уни

$$f_n(X)=\max_{\Sigma x_i=x} \Sigma g_i(x_i) \qquad (4)$$

деб еза оламиз.

Бу ерда умумий ресурс микдори (3) дан фойдаланиш буйича максималлаш операцияси кетма-кет иккита максималлаш операциясидан иборатдир.Бунинг биринчиси $X - x_n = x_1 + x_2 +...+ x_{n-1}$ ресурсдан фойдаланиш буйича максималлаш операциясидир, яъни

$$\max_{\Sigma x_i=X} \Sigma g_i(x_i) =\max_{0< x_n <x} \left[\max_{\Sigma x_i =x-x_n} \Sigma g_i(x_i) \right]$$

Бундан фойдаланиб,(4) ни куйидагича езиш мумкин: $f_n(X) =\max[g_n(x_n)+g_{n-1}(x_{n-1})+...+g_1(x_1)] = \max\{\max [g_n(x_n)+g_{n-1}(x_{n-1}) +\ldots g_1(x_1)]\}$

Демак,

$$f_n(X) = \max_{0<x_n<x}\{ g_n (x_n)+f_{n-1} (X-x_n)\} \qquad (5)$$

17.5.Ечимларни тахлил килиш.

Бу ерда $f_n(X)$ ресурсларни таксимлаш ва ундан фойдаланиш натижасида олинадиган максимал фойдани,$g_n(x_n)$ микдори x_n га тенг булган ресурслардан фойдаланиш натижасида олинадиган фойдани,$f_{n-1}(X-x_n)$ эса колган X - xnресурсдан n-1 хил йул билан фойдаланиш натижасида олинадиган максимал фойдани билдиради.

(5) тенгламага (2) - (3) масалани ечиш учун кулланиладиган Белманнинг рекурент типидаги функционал тенгламаси еки динамик дастурлаштириш усулининг алгоритми дейилади.

(5) тенглама ресурсларни i=1,n хил йул билан фойдаланиш натижасида олинадиган максимал фойдани,яъни f_i (X) ни i=1,n , $f_0(X)>0$ булганда кетма-кет хисоблаш имкониятини беради.Хакикатан хам, f_0 (X) ни билган холда f_1 (X)ни, f_1 (X) ни билган холда f_2 (X) ни ва хоказо,f_{n-1} (X) ни билган холда fn (X) ни топиш мумкин. Куйилган масаланинг ечими оптимал сиесат (стратегия) дейилади.

Р.Беллман (5) тенгламани чикаришда куйидаги принципга асосланган: "бошлангич ечим кандай булишидан катъи назар бундан кейинги ечим оптималлик хоссасига эга булган ва ораликлардаги холатга боглик булган ечим оптимал стратегия дейилади" .

Бу принцип Беллманнинг оптималлик принципи дейилади. (5) тенглама (2) функциянинг n узгарувчи буйича максимумни топишга олиб келади ва куйилган масалани ечишни анча осонлаштиради.

Саволлар

1.Динамик дастурлаштириш масалалари кандай масалалар деб юритилади?

2.n-кадамда олинадиган умумий фойда кандай топилади?

3.Бошкариш стратегияси деб нимага айтилади ?

4.Оптимал стратегия деб нимага айтилади?

5.Оптималли принципи нима?

6.Динамик дастурлаштириш масаласини ечиш усулини биринчи таклиф этган олим ким?

7.Ресурсларни таксимлаш масаласининг куйилиши?

8.Бошкариш нима?

9.Ресурсларни таксимлаш масаласи кайси усулда ечилади?

10.Ресурсларни таксимлаш масаласининг максад функцияси кайси куринишда булади?

18- Маъруза. Татбикий дастурлар пакетидан фойдаланиш.

РЕЖА:

18.1.Т.Д.П.дан фойдаланиш.
18.2.Масала.
18.3. «Поиск решения » усткурмасидан фойдаланиш.
Адабиётлар 7,9,12,14

18.1.Т.Д.П.дан фойдаланиш

Биз юкорида караб чиккан дастурлаштириш масалалари иктисодий-математик дастурларни реал шаройитларда куллашда мухим рол уйнайди. Турли иктисодий жараёнларга боглик булган масалаларга караганда уларга тасир этувчи омиллар купрок булганда хисоб китоб ишлари куп вактни олади.

Агар биз Т. Д. П. дан фойдалана билсак киска вакт ичида масалаларни оптимал ечимини топиб топилган ечимни тахлил килишимиз мумкин. Бу эса бошкарув карорларини кабул килишда, каралаётган аник холда масаланинг энг кулай ечимини танлай билишда жуда керак булади. Т. Д. П. дан фойдаланиши куйидаги тартибда бажарилади ;

Масаланинг модели тузилади. Тузилган М.М.дан фойдаланиб берилганлар матрицасини тузиб оламиз Берилганларни киритиб масалани Э Х М да ечамиз.

18.2.Масала.

Корхонада 5 хил махсулот ишлаб чикарилади столлар,жовонлар, диванлар, креслолар, стуллар.

Мехнат ресурслари сарфи, хамда бирлик махсулот ишлаб чикариш учун сарф буладиган тахта бирлиги, мато бирлиги ,

бир бирлик махсулотдан олинадиган фойда,махсулот ишлаб чикаришни минмал ва максимал чегаралари куйидаги жадвалда берилган.

ресурслар	Бирлик махсулотга ресурслар сарфи					Ресурсларнинг умумий микдори
	Стол	Жовон	Диван	Кресло	Стул	
Мехнат ресурслари(од-кун)	4	8	12	9	10	3456
Тахта(м3)	0.4	0.6	0.3	0.2	0.3	432
Мато (м)			6	4	5	2400
1дона махсулотдан фойда	8	10	16	14	12	-
Энг кам и/ч микдори	120	90	20	40	30	-
Энг куп и/ч микдори	480	560	180	160	120	-

Корхонада махсулот ишлаб чикаришни шундай режасини тузингки олинадиган фойда энг куп булсин.

Масаланинг математик моделини тузамиз.

$Z=8x_1+10x+16x+14x+12x$ функциянинг

$$\begin{cases} 4x+8x+12x+9x+10x\leq 3456 \\ 0.4x+0.6x+0.3x+0.2x+0.3x\leq 432 \\ 6x+4x+5x\leq 2400 \\ 120\leq x\leq 480 \\ 90\leq x\leq 560 \\ 20\leq x\leq 180 \\ 40\leq x\leq 160 \\ 30\leq x\leq 120 \end{cases}$$

чекланишлар системасини каноатлантирувчи максмум киймати топилсин.

Максад функция коэфициентларини , чекланишлар системаси коэфициентларини Э.Х.М.га киритиб “Симплекс„ дастури ёрдамида куйидаги натижаларни оламиз:

Агар корхонада 459та стол ,90та жовон,20та диван,40та кресло30та стул ишлаб чикарсак энг куп оладиган фойдамиз 5812бирликка тенг булар экан.

18.3.«Поиск решения» усткурмасидан фойдаланиш.

Чизикли программалаш масилисини Microsoft Excel электрон жадвалига кушимча **Поиск решения (Ечимни излаш)** усткурмаси ёрдамида ечиш мумкин. Бу усткурма куйидаги имкониятларни беради:

1. Чизикли программалаш масаласини келтирилган куринишга келтириб утирмасдан тугридан-тугри ечиш;
2. Узгарувчилар сони куп масалаларни ечиш;
3. Мураккаб чекланишлар билан иш куриш;
4. Оптималлаштириш сохасидан оптимал ечимни топиш;
5. Турли ечимлар тупламини хосил килиш ва уларни масалани ечиш сценарияси сифатида саклаб куйиш;
6. Масалани ечиш буйича автоматик равишда хисобат тайёрлаш.

Поиск решения усткурмасининг назарий асосини Симплекс усули ташкил килади. Бу усткурма электрон жадвалнинг стандарт вариантида урнатилмаган булиши мумкин. Уни урнатиш куйидаги буйруклар оркали амалга оширилади:

Сервис Настройки Поиск решения

Бу усткурмадан фойдаланишни мисолда курамиз.

Масалани **Поиск решения** усткурма ёрдамида ечиш учун аввал Excel электрон дадвали варогига берилганларни киритиш лозим.

Ечимни топишда параметрларни киритиш учун **Поиск решения** деб номланувчи мулокат ойнасини чакириш керак булади. Бунинг учун

Сервис ♦Надстройки ♦ Поиск решения

Буйруклари берилади.

Поиск решения ойнасига ва аргументларга куйилган чекланишлар киритилади. Аргументларга куйилган чекланишларни **Поиск решения** ойнасига киритишда унинг **Добавить** тугмаси босилади. Натижада **Добавление ограничения** мулокот ойнаси очилади.

Бу ойна оркали чекланишлар киритилиши керак.

Саволлар.

1.Т.Д.П.нима?

2.Т.Д.П. дан качон фойдаланиш мумкин?

3.«Поиск решения» усткурмаси билан кандай масалаларни ечиш мумкин?

4. «Поиск решения» усткурмаси кайси электрон жадвалда?

Фойдаланилаган адабиетлар:

1. Бадалов "Оптималлаш назарияси ва математик дастурлаш", Тошкент, 1989 й.

2. Гуломов С.С., Махмудов Н.М., Исмоилов А.А. Бозор иктисодиети моделлари. Тошкент, 1995.

3. М.Адхамов, Т.Отабоев "Режалаштиришда математик методларни кулланиши", Тошкент, 1990 й.

4. Замков О.О. и др. математические методы в экономики.

5. К.Сафоева, Н.Бекназарова "Операцияларни текширишнинг математик усуллари". Тошкент, 1988 й.

6. Кузнецов Ю.Н, Кузубов В.И, Волощенко А.Б."Математическое программироание". Москва, “Высщая школа” 1980 г.

7. Акулич "Математическое программирование в примерах и задачах". Москва, “Высщая школа” 1986 г.

8. В.Г.Кармонов Математическое программирование м.1983.

9. Varian Hal R/ computational Economics and Finance Modeling and analysis with Mathematics (Disr is inciuded). NY, 1996.

10. Гамбаров Г.М. и др статистическое моделирование и прогнозирование М., 1990.

11.Шодиев Т.Ш. ва бошка. Ишлаб чикаришни режалаштиришда математик усуллар. Тошкент, 1995.

12. Шодиев Т.Ш. и др Эконометрика Тошкент, 1999.

13. А.Абдукодиров ва бошкалар. Хисоблаш математикаси ва дастурлашдан лаборатория ишлари. Т.1989.

14. Е.В.Шикин, А.Т.Чхартишвили Математические методы и модели в управлении. М. «Дело» 2000.

15. Ю.П.Боглаев и др. Методы оптимизации – М. Выс. Школа 1990.

16. Р.Гобасов, Ф. Криллова. Оптималаштириш усуллари. Т. 1995.

Изохли лугат.

1.Оптимал ечим –энг кулай, максимум фойда,минимум харажатга олиб келадиган ечим

2.Экстремум --энгкатта,энг кичик.

3.Оптималлаштириш – оптимал ечимни топиш.

4.Чекланишлар системаси –Масаланинг ечимини топиш учун куйилган шартлардан иборат тенглама еки тенгсизликлар системаси.

5.Максад функция -- Масаланинг куйилган максадини ифодаловчи функция.

6.Очик туплам - Бир томони очик купбурчак ёки купекнинг ички нукталаридан иборат туплам.

7.Цикл - Хар бир каторда иккитадан катак

олинган ёпик занжирдан иборат жадвалнинг кисми.

МУНДАРИЖА

3. Математикдастурлаш усуллари масалалари.

3.1Чизикли дастурлаш

3.2Каср - чизикли дастурлаш.

3.3Бутун сонли дастурлаштириш

3.4Стохастик дастурлаштириш

3.5Динамик дастурлаштириш

3.6 Уйинлар назарияси

4. Чизикли дастурлаштириш масалалари.

Иктисодий масалаларни математик моделларини тузиш.

4.1. Умумий тушунчалар.

4.2. Хом ашедан фойдаланиш масаласи.

4.3 Озука рациони масаласи.

4.4 Чизикли дастурлаштириш масалаларининг умумий куриниши.

4.5Чекланишлар системасини тенгламаларга олиб келиш.

4.6Чизикли дастурлаштириш масаласининг каноник куриниши.

5. Чизикли дастурлаштириш масалаларининг асосий куринишлари ва ечимларининг хоссалари.

5.1.Ч.Д.масалаларининг умумий куриеиши.

5.2.Ч.Д.масалаларининг вектор-матрица куриниши.

5.3.Чизикли дастурлаштириш масалаларининг йигинди куринишлари.

5.4.Чизикли дастурлаштириш ечимларининг хоссалари.

5.5. Каварик тупламлар ва таянч тугри чизиги.

6. Чизикли дастурлаштириш масалаларини геометрик талкини ва график усулда ечиш.

6.1Чизикли дастурлаштириш масалаларини геометрик тасвири.

6.2 Графикда оптимал ечимни топиш

6.3 n та номаълумли m та тенгламалар системасидан иборат чегаравий шартли ч.д. асалалари.

6.4Мисол

7. Симплекс усул.

7.1. Симплекс усулда ечиш мумкин булган дастурлаштириш масалалри синфи.

7.2.Симплекс усулнинг бирринчи кадами.

7.3.Топилган ечимни оптималликка текшириш.

7.4.Такрорланувчи кадам.

7.5.Симплекс усулни бажариш жараёни.

7.6.Мисол.

8. Чизикли дастурлаштиришнинг симплекст жадвал усули.

8.1 Симплекс усулда ечиш мумкин булган масалалар синфи

8.2Симплекс жадвални тузиб олиш.

8.3Кейинги жадвалга утиш.

8.4Оптимал ечимни топиш.

8.5Мисол.

9. Сунъий номаълумлар усули (М – симплекс усули)

9.1.Сунъий ноаълумлар усули билан ечиладиган масалалар синфи.
9.2.Сунъий номаълум киритиш.
9.3.Симплекс жадвал тузиб олиш.
9.4.Сунъий номаълумларни йукотиш.
9.5.Озука рациони масаласи.

9.6.Масаланинг ечимини иктисодий тахлил килиш.

10. Иктисодий масалаларни ечищда симплекс усулни куллаш.

10.1.Оптимал ечимни иктисодий тахлили.
10.2.Масаланинг иккиламчи ечимларини топиш.
10.3.Экин майдонини оптимал таксимлаш масаласининг м. м.
10.4.Масаланинг оптимал ечимини топиш.
10.5.Оптимал ечимни иктисодий тахлил килиш.
10.6.Оптимал ечимга узгартиришлар киритиш чегаралари.
10.7.Оптимал ечимни узгартириш.

11. Чизикли дастурлаштиришнинг узаро икки еклама масалаллари.

11.1. Икки еклама масалаларининг куйилиши.
11.2. Дастлабки ва икки еклама масалаларининг богликлиги.
11.3.Симметрик булмаган икки ёклама масалалар.
11.4.Симметрик икки ёклама масалалар.
11.5.Дастлабки ва икки ёклама масалаларнинг ечимлари орасидаги богликлик.
11.6.Мисол.

12. Транспорт масалалари.

12.1. Масаланинг куйилиши.
12.2 Бошлангич жадвални тулдириш усуллари.
12.3. Транспорт масаласининг очик ва ёпик модели
12.4. Ёпик занжир, цикл.

13. Транспорт масаласинингоптимал ечимини топиш учун потенциаллар усули.

13.1. Оптимал ечим хакида тушунча.
13.2.Потенциаллар шарти.
13.3.Потенциаллар усулларини алгоритми.
13.4.Цикл буйича суриш.
13.5.Мисол.

14.Транспорт масаласини дельта усулда ечиш.

14.1.Жадвал катакларин тулдириш.